ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ
ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

ΓΕΝΙΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΣΠΟΥΔΩΝ
Π/ΘΜΙΑΣ ΚΑΙ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΣΠΟΥΔΩΝ, ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ
ΚΑΙ ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ
ΤΜΗΜΑ Α΄

Ταχ. Δ/νση: Ανδρέα Παπανδρέου 37
Τ.Κ. – Πόλη: 15180 Μαρούσι
Ιστοσελίδα: www.minedu.gov.gr
Πληροφορίες: Α. Πασχαλίδου
Β. Πελώνη
Τηλέφωνο: 210-3443422
210-3442238

Βαθμός Ασφαλείας:
Να διατηρηθεί μέχρι:
Βαθ. Προτεραιότητας:

Αθήνα, 26-09-2018
Αρ. Πρωτ. 160244/Δ2

ΠΡΟΣ:

- **Περιφερειακές Δ/νσεις Εκπ/σης**
- **Σχολ. Συμβούλους Δ.Ε. (μέσω των Περιφερειακών Δ/νσεων Εκπ/σης)**
- **Δ/νσεις Δ/θμιας Εκπ/σης**
- **Γυμνάσια (μέσω των Δ/νσεων Δ/θμιας Εκπ/σης)**

ΚΟΙΝ.: **Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής**
info@iep.edu.gr

ΘΕΜΑ: Οδηγίες για τη διδασκαλία των Μαθηματικών στο Γυμνάσιο για το σχολ. έτος 2018 – 2019

Σχετ.: Το με αρ. πρωτ. εισ. ΥΠ.Π.Ε.Θ. 135979/14-08-2018 έγγραφο

Μετά από σχετική εισήγηση του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής (πράξη 33/26-07-2018 του Δ.Σ) σας αποστέλλουμε τις παρακάτω οδηγίες για τη διδασκαλία των **Μαθηματικών** στις **Α΄, Β΄, Γ΄ τάξεις Ημερησίου και Εσπερινού Γυμνασίου** για το σχολικό έτος 2018-2019.

Μαθηματικά Α΄ Τάξης Γυμνασίου

Ι. Διδακτέα ύλη

Από το βιβλίο «Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου» των Ιωάννη Βανδουλάκη, Χαράλαμπου Καλλιγά, Νικηφόρου Μαρκάκη, Σπύρου Φερεντίνου.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφ. 1ο: Οι φυσικοί αριθμοί

1.4 Ευκλείδεια διαίρεση – Διαιρετότητα
1.5 Χαρακτήρες διαιρετότητας – Μ.Κ.Δ. – Ε.Κ.Π. – Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

Κεφ. 2^{ο}: Τα κλάσματα

2.1 Η έννοια του κλάσματος
2.2 Ισοδύναμα κλάσματα
2.3 Σύγκριση κλασμάτων
2.4 Πρόσθεση και Αφαίρεση κλασμάτων
2.5 Πολλαπλασιασμός κλασμάτων
2.6 Διαίρεση κλασμάτων

Κεφ. 3^{ο}: Δεκαδικοί αριθμοί

3.1 Δεκαδικά κλάσματα, Δεκαδικοί αριθμοί, Διάταξη δεκαδικών αριθμών, Στρογγυλοποίηση
3.5 Μονάδες μέτρησης

Κεφ. 4^{ο}: Εξισώσεις και προβλήματα

4.1 Η έννοια της εξίσωσης – Οι εξισώσεις: $\alpha+x=\beta$, $x-\alpha=\beta$, $\alpha-x=\beta$, $\alpha\cdot x=\beta$, $\alpha:x=\beta$ και $x:\alpha=\beta$ (χωρίς τις έννοιες της ταυτότητας και της αδύνατης εξίσωσης).
4.2 Επίλυση προβλημάτων.
4.3 Παραδείγματα επίλυσης προβλημάτων.

Κεφ. 5^{ο}: Ποσοστά

5.1 Ποσοστά
5.2 Προβλήματα με ποσοστά

Κεφ. 7^{ο}: Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί

7.1 Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί (Ρητοί αριθμοί) – Η ευθεία των ρητών – Τετμημένη σημείου
7.2 Απόλυτη τιμή ρητού – Αντίθετοι ρητοί – Σύγκριση ρητών
7.3 Πρόσθεση ρητών αριθμών
7.4 Αφαίρεση ρητών αριθμών
7.5 Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών
7.6 Διαίρεση ρητών αριθμών
7.7 Δεκαδική μορφή ρητών αριθμών
7.8 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό

ΜΕΡΟΣ Β΄

Κεφ. 1^{ο}:Βασικές γεωμετρικές έννοιες

1.1 Σημείο – Ευθύγραμμο τμήμα – Ευθεία – Ημιευθεία – Επίπεδο – Ημιεπίπεδο
1.2 Γωνία – Γραμμή – Επίπεδα σχήματα – Ευθύγραμμα σχήματα – Ίσα σχήματα
1.3 Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα ευθυγράμμων τμημάτων – Απόσταση σημείων – Μέσο ευθυγράμμου τμήματος
1.4 Πρόσθεση και αφαίρεση ευθυγράμμων τμημάτων
1.5 Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα γωνιών – Διχοτόμος γωνίας
1.6 Είδη γωνιών – Κάθετες ευθείες
1.7 Εφεξής και διαδοχικές γωνίες – Άθροισμα γωνιών
1.8 Παραπληρωματικές και Συμπληρωματικές γωνίες – Κατακορυφήν γωνίες
1.9 Θέσεις ευθειών στο επίπεδο
1.10 Απόσταση σημείου από ευθεία – Απόσταση παραλλήλων
1.11 Κύκλος και στοιχεία του κύκλου
1.12 Επίκεντρη γωνία
1.13 Θέσεις ευθείας και κύκλου

Κεφ. 2^{ο}: Συμμετρία

2.1 Συμμετρία ως προς άξονα
2.2 Άξονας συμμετρίας

2.3 Μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος
2.4 Συμμετρία ως προς σημείο
2.5 Κέντρο συμμετρίας
2.6 Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μία άλλη ευθεία

Κεφ. 3^{ο}: Τρίγωνα – Παραλληλόγραμμα – Τραπέζια

3.1 Στοιχεία τριγώνου – Είδη τριγώνων
3.2 Άθροισμα γωνιών τριγώνου – Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου
3.3 Παραλληλόγραμμο – Ορθογώνιο – Ρόμβος – Τετράγωνο – Τραπέζιο – Ισοσκελές τραπέζιο
3.4 Ιδιότητες Παραλληλογράμμου – Ορθογωνίου – Ρόμβου – Τετραγώνου – Τραπεζίου – Ισοσκελούς τραπεζίου

ΙΙ. Διαχείριση Διδακτέας ύλης

Οι παρακάτω οδηγίες έχουν στόχο να παρουσιάσουν κάποιες σημαντικές πλευρές για κάθε ενότητα και έτσι να υποστηρίξουν τον εκπαιδευτικό ώστε να σχεδιάσει τη διδασκαλία του και να επιλέξει υλικό. Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι ενδεικτική. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κ.λπ.

Οι δραστηριότητες που περιέχονται είναι ενδεικτικές και προέρχονται από το πρόγραμμα σπουδών για το γυμνάσιο και τον οδηγό του εκπαιδευτικού, τα οποία είναι συμπληρωματικά προς τα ισχύοντα και μπορούν να ανακτηθούν από τον ιστότοπο του ψηφιακού σχολείου:

(http://ebooks.edu.gr/new/ps.php).

Ταυτόχρονα κατεβλήθη προσπάθεια οι οδηγίες να εξειδικευθούν **ανά παράγραφο** με συγκεκριμένες διδακτικές προτάσεις που λαμβάνουν υπόψη τη συνοχή και εξέλιξη των διδασκόμενων εννοιών και μεθόδων, την ανάδειξη των σημαντικών ιδεών καθώς και τη διδακτική πρακτική.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφάλαια 1^{ο}, 2^{ο}, 3^{ο} (Φυσικοί αριθμοί, Κλάσματα, Δεκαδικοί)

Στο Δημοτικό έχουν διδαχθεί τόσο οι έννοιες όσο και οι διαδικασίες που αναφέρονται στα κεφάλαια αυτά. Έτσι, η διδασκαλία στην Α΄ Γυμνασίου πρέπει να έχει δύο στόχους:

1. Την επανάληψη – υπενθύμιση εννοιών και διαδικασιών και
2. Την εμβάθυνση σε κάποιες πλευρές που κρίνονται σημαντικές για την περαιτέρω ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών.

Πιο συγκεκριμένα πρέπει να έχει ως στόχους:

- ✓ Την αντιμετώπιση εμποδίων και δυσκολιών που συναντούν οι μαθητές (π.χ. το γινόμενο δύο αριθμών είναι πάντα μεγαλύτερο από τους παράγοντές του, οι δεκαδικοί αριθμοί είναι άλλο είδος αριθμών απ' ό,τι τα κλάσματα).
- ✓ Την ανάπτυξη των ικανοτήτων των μαθητών να χρησιμοποιούν αναπαραστάσεις και να μεταβαίνουν από το ένα είδος στο άλλο (π.χ. αναπαράσταση στην ευθεία των αριθμών, οι γεωμετρικές αναπαραστάσεις των κλασμάτων, οι δεκαδικοί και τα δεκαδικά κλάσματα, αλλά και τα ποσοστά, ως διαφορετικές αναπαραστάσεις των ίδιων αριθμών ή μεγεθών).
- ✓ Την εμβάθυνση σε ιδιότητες των πράξεων και αλγοριθμικών διαδικασιών που υποστηρίζουν τη μετάβαση από την αριθμητική στην Άλγεβρα (π.χ. επιμεριστική και αντιμεταθετική ιδιότητα, η αφαίρεση ως αντίστροφη πράξη της πρόσθεσης κτλ.).
- ✓ Την εισαγωγή αλγεβρικών συμβόλων και τη νοηματοδότησή τους μέσα από την ανάγκη διατύπωσης σχέσεων και ιδιοτήτων (π.χ. ιδιότητες πράξεων), από την ανάγκη περιγραφής προβλημάτων ή ποσοτήτων που είναι λεκτικά διατυπωμένες (π.χ. άσκηση 1 της §4.1), από την παραγωγή αλγεβρικών εκφράσεων που περιγράφουν γεωμετρικά ή αριθμητικά μοτίβα (π.χ. άσκηση 15 της §4.1).

Με βάση τα παραπάνω, προτείνεται να αφιερωθούν 20 ώρες για τα τρία πρώτα κεφάλαια. Εξάλλου, οι μαθητές θα έχουν και στο 7^{ο} κεφάλαιο την ευκαιρία να ασχοληθούν με τις πράξεις και να βελτιώσουν την ευχέρειά τους σε αυτές. Η ενασχόληση με τα τρία πρώτα κεφάλαια για μεγάλο διάστημα δεν εξασφαλίζει την αντιμετώπιση των δυσκολιών.

Κεφάλαιο 1^{ο} (Να διατεθούν 8 ώρες)

Κρίνεται σκόπιμο πριν την διδασκαλία των §1.4 και §1.5 να διατεθούν 3 ώρες για την διδασκαλία των παραγράφων 1.1 και 1.2, με τρόπο που να ανταποκρίνεται στις ανάγκες της μετάβασης των μαθητών από το Δημοτικό στο Γυμνάσιο. Ενδεικτικά προτείνεται να διδαχθούν:

- Δραστηριότητα 1 σ.11 Ασκήσεις 3, 4, 5 σ.13.
- Δραστηριότητα 1 σ. 14. (Δίνεται κενός ο πίνακας και συμπληρώνεται στην τάξη).
- Δραστηριότητα 3 σ. 14. (Μπορεί να ζητηθούν και εμβαδά άλλων σχημάτων πχ του ορθογωνίου που περικλείει το σχήμα).
- Παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 16
- Ιστορικό σημείωμα σ. 17 (μπορούν να ζητηθούν και άλλα αθροίσματα όπως το 25+26+…+50).
- Εφαρμογές 2, 3 σ.16.
- Άσκηση 11 σ. 18.

Για τις §§1.4 και 1.5 να δοθεί έμφαση στα παρακάτω:

✓ Ταυτότητα της Ευκλείδειας Διαίρεσης και χρήση των εννοιών «διαιρεί», «πολλαπλάσιο».
✓ Κριτήρια διαιρετότητας, ανάλυση ενός αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και εύρεση Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ.
✓ Λεκτικά προβλήματα που υπάρχουν στο σχολικό βιβλίο.
✓ Αναλυτικότερη επεξεργασία των Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ. θα γίνει στην §2.2

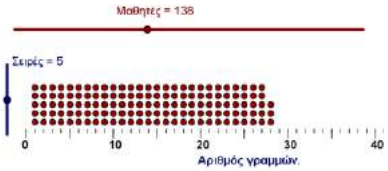
<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1:</u>

Ο Αντρέας παίζει ποδόσφαιρο κάθε 4 ημέρες, ο Μιχάλης κάθε 5 ημέρες και ο Μαρίνος κάθε 8 ημέρες. Αν σήμερα παίζουν ποδόσφαιρο και οι τρεις μαζί, τότε να υπολογίσετε μετά από πόσες ημέρες θα συμβεί το ίδιο για δεύτερη φορά.

[Σχόλιο: Ο στόχος είναι η χρήση του ΕΚΠ σε ένα ρεαλιστικό πρόβλημα. Η επίλυση του προβλήματος από τους μαθητές μπορεί να στηρίζεται σε διαισθητικές προσεγγίσεις (πχ κάποιο σχήμα) ή σε εύρεση των πολλαπλασίων του 4, του 5 και το 8. Αυτές οι προσεγγίσεις μπορούν να αξιοποιηθούν για την ανάδειξη της έννοιας του ΕΚΠ]

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2:</u>

Η δραστηριότητα στην §1.4 του σχολικού βιβλίου, μπορεί να γίνει με πιο διερευνητικό τρόπο, με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το δόμημα «Πειράματα με τη διάταξη μαθητών», στο Φωτόδεντρο:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14342
Αναλυτικότερες πληροφορίες για την εφαρμογή και τις δραστηριότητες που μπορεί να εμπλέξει τους μαθητές ο εκπαιδευτικός, υπάρχουν σε σύνδεσμο στο κάτω μέρος της εφαρμογής.



Κεφάλαιο 2ο (Να διατεθούν 9 ώρες)

Να δοθεί έμφαση στα παρακάτω:

✓ Έννοια κλάσματος και οι διαφορετικές πτυχές της όπως μέρος του όλου, πηλίκο και λόγος (οι εισαγωγικές δραστηριότητες της §2.1, ασκήσεις 1, 2, 3, σελ. 36, δραστηριότητα 2, σελ. 37 και προβλήματα αναγωγής στη μονάδα).
✓ Ισοδύναμα κλάσματα και μετατροπές τους
✓ Σύγκριση κλασμάτων μέσα από διαφορετικούς τρόπους (μετατροπή σε ομώνυμα, χρήση γεωμετρικών αναπαραστάσεων, χρήση προσεγγιστικών μεθόδων π.χ. σύγκριση με τη μονάδα ή με ένα τρίτο αριθμό)
✓ Διαδικασίες που συνδέονται εμμέσως με την έννοια της πυκνότητας των ρητών (να επεκταθεί το παράδειγμα 4 στην §2.3 στην περίπτωση παρεμβολής περισσότερων του ενός κλασμάτων).
✓ Ανάγκη μετατροπής ετερώνυμων κλασμάτων σε ομώνυμα στην περίπτωση της πρόσθεσης και αφαίρεσης, χρησιμοποιώντας ασκήσεις πράξεων απλών κλασμάτων με παρονομαστές μέχρι το 10.
✓ Έννοια των πράξεων στα κλάσματα και η εφαρμογή τους στην επίλυση προβλημάτων (π.χ. ότι η

έκφραση «τα $\frac{2}{5}$ του $\frac{3}{8}$» αποδίδεται αριθμητικά με τον πολλαπλασιασμό $\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{8}$, ότι οι αντίστροφοι αριθμοί είναι αυτοί που έχουν γινόμενο τη μονάδα, ότι το άθροισμα και η διαφορά κλασμάτων αναφέρεται στο ίδιο όλο, ότι τα σύνθετα κλάσματα εκφράζουν τη διαίρεση κλασμάτων)

- ✓ Παραστάσεις και προτεραιότητα πράξεων
- ✓ Διαφορετικές αναπαραστάσεις κλασμάτων (ευθεία, γεωμετρικά σχήματα)

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΔΙΑΧΕΙΡΗΣΗΣ ΑΝΑ ΠΑΡΑΓΡΑΦΟ

§2.1

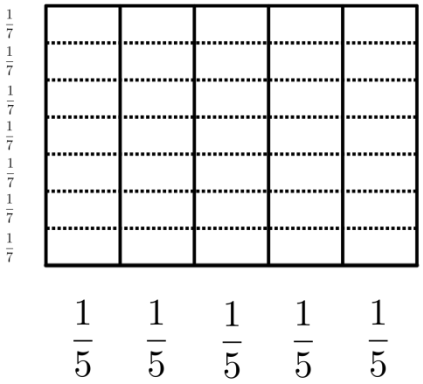
- Δραστηριότητες 1, 2, 3, 4 σ. 34.
- Εφαρμογές 1, 2, 3 σ. 35-36.
- Ασκήσεις 4, 5, 8, 9 σ. 36-37

§2.2

- Δραστηριότητα σ. 38
- Παράδειγμα 1 β) και μετά 1 α) σ. 39.
- Παραδείγματα 2, 3 σ. 39.
- Ασκήσεις 2, 5, 7, 10 σ. 40.
- 2.3 Δραστηριότητες 1, 2 σ. 41.
- Παραδείγματα 1, 2, 3, 4, σ. 42
- Ασκήσεις 2, 3, 4, 8, 9 σ. 43
- 2.4 Δραστηριότητες 1, 2 ,3 σ. 44.
- Παραδείγματα 1, 3, 6 σ. 45-46
- Ασκήσεις 1, 2, 5, 7, 8 σ. 46

§2.5

- Για την εισαγωγή του πολλαπλασιασμού κλασμάτων μπορεί να χρησιμοποιηθεί το ακόλουθο διάγραμμα και βρεθούν τα γινόμενα $\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{5}$ και $\frac{6}{7}\cdot\frac{2}{5}$.



- Παραδείγματα 1 (να γίνει και με απλοποίηση), 2 σ. 48 και άσκηση 9
- Ασκήσεις 2, 3, 4, 8

§2.6

- Παραδείγματα 1, 2 σ. 50
- Ασκήσεις 2, 4, 6, 7, 8, 9

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1:</u>

Υπολογίζοντας την αριθμητική παράσταση $\frac{1}{2}\cdot 2^2+1+3\cdot\frac{5}{2}$, το σωστό αποτέλεσμα είναι:

α) 9,5 β) 10,5 γ) 12 δ) 15 ε) άλλο.

[Σχόλιο: Κάθε άλλη απάντηση από τη σωστή (β) προκύπτει από λανθασμένη χρήση της προτεραιότητας των πράξεων. Έτσι, αυτή η δραστηριότητα μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την αξιολόγηση των δεξιοτήτων των μαθητών και την ανατροφοδότηση της διδασκαλίας, με αναλυτική συζήτηση στην τάξη.]

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2:</u>

Η κατανόηση της έννοιας των ισοδύναμων κλασμάτων μπορεί να διευκολυνθεί με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το δόμημα «Ισοδύναμα κλάσματα» του Φωτόδεντρου:

http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14353

Αναλυτικότερες πληροφορίες για την εφαρμογή και τις δραστηριότητες που μπορεί να εμπλέξει τους μαθητές ο εκπαιδευτικός, υπάρχουν σε σύνδεσμο στο κάτω μέρος της εφαρμογής.

Κεφάλαιο 3^{ο} (Να διατεθούν 4 ώρες)

Θα διδαχθούν οι §3.1 και §3.5. Να δοθεί έμφαση στα παρακάτω:

- ✓ Ότι οι δεκαδικοί και τα δεκαδικά κλάσματα είναι διαφορετικές αναπαραστάσεις των ίδιων αριθμών
- ✓ Στη διαδικασία σύγκρισης δεκαδικών αριθμών και την τοποθέτησή τους στην ευθεία των πραγματικών αριθμών.
- ✓ Σε επιλεγμένα προβλήματα να επιδιώκεται η χρήση υπολογιστή τσέπης και, μέσω αυτής της χρήσης, να αναδεικνύεται η προτεραιότητα των πράξεων .

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΔΙΑΧΕΙΡΗΣΗΣ ΑΝΑ ΠΑΡΑΓΡΑΦΟ

§3.1

- Δραστηριότητα 4 σ. 57
- Παραδείγματα 1 (εδώ θα γίνει αναφορά στην περιοδικότητα (σ. 135-136), 2, 3, 4, 5 σ. 58 Επίσης ως εφαρμογές οι ασκήσεις 1, 4, 11 σ. 61.
- Ως εργασία για το σπίτι μπορούν να δοθούν οι ασκήσεις 3, 5, 6 σ. 61 ενώ η άσκηση 2 σ. 61 μπορεί να λυθεί με υπολογιστή.

§3.5.

- Δραστηριότητα 3. σ. 64
- Παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 66
- Ασκήσεις 6, 7, 8, 11, 12 σ. 67

Κεφάλαιο 5^{ο} (Να διατεθούν 6 ώρες)

Για διδακτικούς λόγους, οι οποίοι μεταξύ άλλων θα εξασφαλίσουν και οικονομία χρόνου, προτείνεται το 5^{ο} Κεφάλαιο να διδαχθεί αμέσως μετά το 3^{ο}, προκειμένου:

- ✓ Να αναδειχθεί το πλαίσιο πολλαπλών αναπαραστάσεων που υλοποιούν οι δεκαδικοί, τα κλάσματα και τα ποσοστά.
- ✓ Να αναδειχθεί μέσω παραδειγμάτων η έννοια της αναλογίας, την οποία έχουν διδαχθεί στην ΣΤ΄ Δημοτικού, που οι παραπάνω όροι υποστηρίζουν στα προβλήματα και τις εφαρμογές.

Η έννοια του ποσοστού και προβλήματα με ποσοστά έχουν διδαχθεί στο Δημοτικό. Το καινούριο που υπάρχει στην ύλη αυτού του Κεφαλαίου είναι το πλαίσιο των προβλημάτων (π.χ. προβλήματα με τόκους, Φ.Π.Α.).

§5.1 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Να δοθεί έμφαση στα ποσοστά ως διαφορετική αναπαράσταση των δεκαδικών και των κλασμάτων, αλλά και να επισημανθεί το γεγονός ότι δεν γράφονται όλα τα κλάσματα με ακρίβεια στη μορφή ποσοστού (π.χ. ενώ $\frac{3}{4}=0,75=75\%$, ισχύει $\frac{1}{3}=0,33...=33,33...\%$). Να δοθεί προτεραιότητα σε ασκήσεις μετατροπής ποσοστών σε κλάσματα και δεκαδικούς και αντίστροφα, καθώς και σε απλά προβλήματα.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητες 1, 2 σ. 80
- Παράδειγμα 3 σ. 81
- Ασκήσεις 4, 5, 6 σ. 81

§5.2 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Επειδή πολλά από τα προβλήματα που περιέχονται στο σχολικό βιβλίο είναι δύσκολα, για να εμπλακούν με τη λύση τους όλοι οι μαθητές, ο εκπαιδευτικός πρέπει να κάνει μια προσεκτική επιλογή απλών μόνο προβλημάτων τόκου, Φ.Π.Α. και προβλημάτων που αντιμετωπίζει ο καταναλωτής.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 82
- Ασκήσεις 3, 4, 5, 8 σ. 83
- Η δραστηριότητα της σελίδας 83 να ανατεθεί ως κατ΄ οίκον εργασία.

Κεφάλαιο 4^{ο} (Να διατεθούν 4 ώρες)

§4.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Η έννοια της εξίσωσης και η εύρεση της λύσης με την αντίστροφη πράξη έχει συζητηθεί στην ΣΤ΄ Δημοτικού. Επιπλέον, η επίλυση των εξισώσεων πρώτου βαθμού θα αντιμετωπισθεί αναλυτικά στη Β΄ Γυμνασίου. Ο ρόλος του κεφαλαίου αυτού στην Α΄ Γυμνασίου είναι επαναληπτικός, καθόσον οι μαθητές θα χρησιμοποιήσουν απλές εξισώσεις στην αντιμετώπιση προβλημάτων σε επόμενα κεφάλαια.

Πρέπει να δοθεί έμφαση στην παραγωγή αλγεβρικών παραστάσεων που εκφράζουν ένα πρόβλημα ή μια κατάσταση και οδηγούν σε εξισώσεις (όπως η 1^{η} δραστηριότητα και οι ασκήσεις 1, 14 και 15). Τέτοιες απλές διαδικασίες μοντελοποίησης δίνουν νόημα στην εισαγωγή της άλγεβρας και υποστηρίζουν την ανάπτυξη ικανοτήτων επίλυσης προβλήματος.

Η επίλυση εξίσωσης εδώ γίνεται με χρήση του ορισμού των πράξεων και οι εξισώσεις περιορίζονται σε αυτές που έχουν τον άγνωστο μόνο στο ένα μέλος. Χρειάζεται να συζητηθεί η επίλυση με δοκιμή, γιατί αυτό βοηθά στην κατανόηση της έννοιας της εξίσωσης και της έννοιας της λύσης της (4η δραστηριότητα και ασκήσεις 7, 8). Από την άλλη, δεν προτείνεται να χρησιμοποιηθούν διαδικασίες που θα διδαχτεί ο μαθητής στη Β Γυμνασίου (επίλυση με τις ιδιότητες της ισότητας) και πολύ περισσότερο η απομνημόνευση κανόνων χωρίς νόημα. Για τον ίδιο λόγο δεν προτείνεται η απομνημόνευση των λύσεων (τελευταία παράγραφος του «μαθαίνουμε»). Τέλος, προτείνεται να μην διδαχτούν οι έννοιες της ταυτότητας και της αδύνατης εξίσωσης.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Ως αφόρμηση για την εισαγωγή των εξισώσεων μπορούν να χρησιμοποιηθούν η εφαρμογή 2 της σ. 82 και η άσκηση 5 σ. 83.
- Δραστηριότητες 1, 2, 3, 4 σ. 72.
- Στην δραστηριότητα 4 συνιστάται να χρησιμοποιηθούν και άλλοι αριθμοί κατά την κρίση του διδάσκοντα.
- Η ορολογία του «Μαθαίνουμε» της σ. 73 καλό είναι να αναφερθεί κατά την επεξεργασία των παραδειγμάτων. Σε κάθε περίπτωση δε μπορεί να αποτελέσει αντικείμενο εξέτασης θεωρίας.
- Ασκήσεις 12, 8, 9, 11, 15 σ. 74

§§4.2 και 4.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Παραδείγματα 1, 2 σ. 75.
- Η ορολογία και η διαδικασία του «Θυμόμαστε-Μαθαίνουμε» της σ. 75 θα παρουσιασθούν κατά την διάρκεια επεξεργασίας των παραπάνω παραδειγμάτων και δεν αποτελούν αντικείμενο εξέτασης θεωρίας.
- Παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 76-77.

- Ασκήσεις 3, 5, 13 σ. 78.

Ενδεικτική δραστηριότητα:
Έχουμε μια "αλυσίδα" αριθμών: 2, 5, 8, 11, 14, …
α) Βρείτε τον επόμενο όρο. β) Βρείτε τον τρόπο που προκύπτει κάθε όρος από τον προηγούμενό του. Μπορείτε με αυτόν τον τρόπο να βρείτε τον $10^{ο}$ και τον $100^{ο}$ όρο; γ) Ποιος όρος είναι ίσος με 332;
[Σχόλιο: Ο στόχος της δραστηριότητας είναι η αναγνώριση από τους μαθητές της αξίας της αλγεβρικής παράστασης (για να βρεθεί ο $100^{ος}$ όρος), ακόμα κι αν με αναδρομικούς τρόπους μπορούν να βρεθούν κάποιοι όροι. Επίσης, στόχος είναι η δημιουργία εξίσωσης για τη λύση του προβλήματος του (γ) ερωτήματος. Αν ο εκπαιδευτικός θεωρεί ότι χρειάζεται, μπορεί να επιλέξει πιο εύκολη ακολουθία, πχ την 2, 4, 6, … ή την 3, 5, 7, …]

Κεφάλαιο $7^{ο}$ (Να διατεθούν 29 ώρες)

Το περιεχόμενο του κεφαλαίου είναι εξολοκλήρου νέο για τους μαθητές, αν και υπάρχει άτυπη γνώση των αρνητικών αριθμών (θερμοκρασία κτλ.) που μπορεί να αξιοποιηθεί.

§7.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Η αξιοποίηση της άτυπης γνώσης των μαθητών από τους αρνητικούς ακεραίους (θερμοκρασία, υπόγεια κοκ) μπορεί να βοηθήσει σημαντικά στην κατανόηση των σχετικών μαθηματικών εννοιών.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητες 1 (συνιστάται να χρησιμοποιηθούν και στοιχεία από την ίδια πόλη) 2, 3, της σ. 114.
- Η «Παράσταση των ρητών αριθμών με σημεία μιας ευθείας» της σ. 116 θα γίνει στην τάξη και η τοποθέτηση στην ευθεία των αριθμών θα είναι αντικείμενο συζήτησης με τους μαθητές.
- Η δραστηριότητα της σ. 116 θα δοθεί ως εργασία για το σπίτι.

§7.2 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Το γεγονός ότι ο αντίθετος του -2 είναι ο 2 ίσως είναι προφανές για τους μαθητές, αλλά δεν συμβαίνει το ίδιο για τον αντίθετο ενός αριθμού *α*. Στην κατεύθυνση αυτή ίσως είναι αποτελεσματική η χρήση της ευθείας των αριθμών, όπου ο *α* μπορεί να τοποθετηθεί τόσο δεξιά από το 0 (αν ο *α* είναι θετικός), όσο και αριστερά του (αν είναι αρνητικός). Έτσι, μπορεί να αναδειχθεί το γεγονός ότι στην έκφραση *-α* το «-» δηλώνει τον αντίθετο του *α*, αλλά όχι το πρόσημο.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητες 1, 2, σ. 118.
- Τα «Θυμόμαστε-Μαθαίνουμε» της σ. 118 και της σ. 119 να γίνουν διεξοδικά.
- Ασκήσεις 3. 6. 12. 13 σ. 121.

Ενδεικτική δραστηριότητα:
Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα.

x	3,2					
-x		–3	5			
-(-x)				2/3		
|x|					6	
|-x|						0,45

[Σχόλιο: Στόχος της δραστηριότητας είναι η διερεύνηση του ρόλου του "–" ως πρόσημο και ως σύμβολο αντιθέτου. Οι συζητήσεις που θα γίνουν μέσα στην τάξη χρειάζεται να αναδείξουν ότι το "–" στο –x δεν δηλώνει το πρόσημο. Για τη συζήτηση αυτή θα πρέπει να αφιερωθεί αρκετός χρόνος.]

§7.3 (Να διατεθούν 4 ώρες)

Για την εισαγωγή της πρόσθεσης θετικών και αρνητικών αριθμών, παράλληλα με τη δραστηριότητα του βιβλίου του μαθητή μπορεί να γίνει χρήση και της μετατόπισης πάνω στον άξονα: στο άθροισμα

δύο αριθμών, ο πρώτος προσθετέος δείχνει το σημείο εκκίνησης πάνω στο άξονα, ενώ ο δεύτερος δείχνει τη μετακίνηση (το πρόσημό του την κατεύθυνση και η απόλυτη τιμή του την απόσταση). Επίσης, μπορούν να χρησιμοποιηθούν και άλλα μοντέλα, όπως οι θετικοί και αρνητικοί μετρητές (ή κάρτες). Οι θετικοί-αρνητικοί μετρητές όπως και η κίνηση στην αριθμογραμμή μπορούν να χρησιμοποιηθούν και στις τέσσερις πράξεις των ακεραίων. Προτείνεται με τη χρήση των μοντέλων και με συλλογική διαπραγμάτευση μέσα στην τάξη, να διατυπώσουν και να οικειοποιηθούν οι μαθητές τους κανόνες της πρόσθεσης ακεραίων και στη συνέχεια να εξασκηθούν σε πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα σ. 122
- Παραδείγματα 1, 2 σ. 123-124
- Ασκήσεις 7, 8, 5 σ. 125

Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:

Ένα ρομποτάκι κινείται πάνω στην αριθμογραμμή μέσω ενός τηλεχειριστηρίου–αριθμομηχανής. Το +5 ερμηνεύεται ως "5 βήματα δεξιά", ενώ το –5 ερμηνεύεται ως "5 βήματα αριστερά".

Αν υποθέσουμε ότι το ρομποτάκι ξεκινάει πάντα από τη θέση που δείχνει ο πρώτος αριθμός, ποια θα είναι η καινούρια του θέση, όταν πληκτρολογήσουμε:

α) (+3)+(+5) **β)** (–5)+(+3) **γ)** (+5)+(–3) **ε)** (–4)+(–7) **η)** (–4)+(+7)+(–3) **θ)** (–4)+(–2)+(+6)+(–1)

Πώς μπορούμε να οδηγήσουμε το ρομποτάκι από τη θέση 5 στη θέση –2 με δύο κινήσεις; Με τρεις κινήσεις;

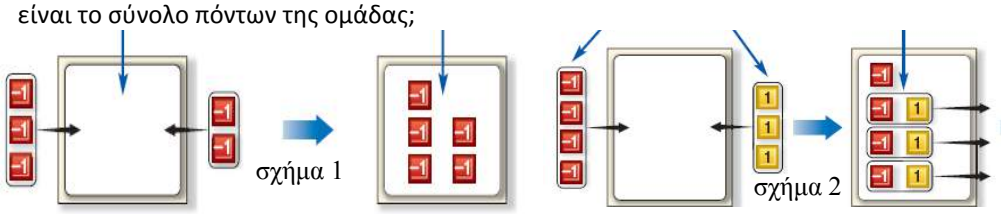
[Σχόλιο: Στόχος της δραστηριότητας είναι η δημιουργία της "εικόνας" της κίνησης στην αριθμογραμμή για την αναπαράσταση της πρόσθεσης. Τέτοιου είδους αναπαραστάσεις βοηθούν στην κατανόηση της πράξης και στη χρήση τους από τους μαθητές και θεωρείται χρήσιμο να αξιοποιούνται πριν από τη χρήση των κανόνων.]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:

Σε ένα παιχνίδι, δύο ομάδες παιδιών απαντούν σε ερωτήσεις. Για κάθε σωστή απάντηση η ομάδα παίρνει μια θετική κάρτα και για κάθε λάθος παίρνει μια αρνητική. Για παράδειγμα, αν η ομάδα Α έχει 5 θετικές κάρτες (+5) και πάρει άλλες δύο θετικές (+2), θα έχει 7 θετικές, δηλαδή σύνολο +7 πόντους. Αυτό μπορούμε να το εκφράσουμε με την πρόσθεση: (+5)+(+2)=+7.

α) Το σχήμα 1 περιγράφει την κατάσταση μιας ομάδας που είχε 3 αρνητικές και πήρε δύο ακόμη αρνητικές. Μπορείτε να εκφράσετε αυτή την κατάσταση με μια πράξη;

β) Περιγράψτε με λόγια και με μια πράξη την κατάσταση που περιγράφει το σχήμα 2. Ποιο είναι το σύνολο πόντων της ομάδας;



γ) Χρησιμοποιήστε αυτό το παιχνίδι για να πείτε τι μπορεί να σημαίνουν οι επόμενες πράξεις και υπολογίστε τα αποτελέσματά τους: (+3)+(+4) , (–2)+(–5) , (–8)+(–3) , (–7)+(–5) .
Μπορείτε να σκεφτείτε έναν κανόνα για να κάνετε αυτές τις προσθέσεις, χωρίς κάθε φορά να σκέφτεστε τις κάρτες;

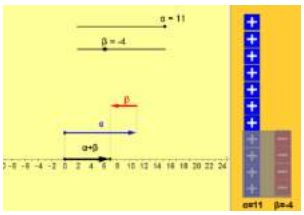
δ) Χρησιμοποιήστε αυτό το παιχνίδι για να πείτε τι μπορεί να σημαίνουν οι επόμενες πράξεις και υπολογίστε τα αποτελέσματά τους: (+3)+(–5) (–2)+(+3) (–5)+(+3) (+7)+(–4)
Μπορείτε να σκεφτείτε έναν κανόνα για να κάνετε αυτές τις προσθέσεις, χωρίς κάθε φορά να σκέφτεστε τις κάρτες;

[Σχόλιο: Η δραστηριότητα αποτελεί μια εισαγωγή στην πρόσθεση ακεραίων και έχει ως στόχο την «ανακάλυψη» του ορισμού της πρόσθεσης και των αντίθετων ως αριθμών με άθροισμα μηδέν. Χρησιμοποιείται το μοντέλο των θετικών και αρνητικών καρτών, το οποίο μπορεί να στηριχτεί σε χειραπτικό υλικό (πχ. κόκκινα και μαύρα πούλια) ή σε εικονικές αναπαραστάσεις (πχ το +5 μπορεί να παρασταθεί με +++++). Πλεονεκτήματα αυτού του μοντέλου είναι η

άμεση σχέση του με τη συμβολική γραφή του αθροίσματος (η ύπαρξη 5 θετικών καρτών και 2 αρνητικών συμβολίζεται με (+5)+(–2)) και η πρόσβαση στην ιδέα των αλληλοαναιρούμενων ποσοτήτων που οδηγεί στους αντίθετους αριθμούς. Τα δύο πρώτα ερωτήματα της δραστηριότητας έχουν ως στόχο την εξοικείωση των μαθητών με το πλαίσιο του προβλήματος και τη χρήση του μοντέλου σε προσθέσεις. Το τρίτο και το τέταρτο ερώτημα, καλούν τους μαθητές να κάνουν προσθέσεις με χρήση των καρτών και κατόπιν να επιχειρήσουν γενικεύσεις για τους πιθανούς κανόνες της πρόσθεσης. Είναι πιθανό να απαιτηθεί αρκετή συζήτηση μεταξύ των μαθητών για να φτάσουν στη γενίκευση (ιδιαίτερα στο τέταρτο ερώτημα) και ο εκπαιδευτικός μπορεί να βοηθήσει με κατάλληλες ερωτήσεις.]

Ενδεικτική δραστηριότητα 3η:

Η εισαγωγή στην πρόσθεση ακεραίων αριθμών μπορεί να γίνει με πιο διερευνητικό τρόπο με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το «Πειράματα με την πρόσθεση ακεραίων αριθμών», στο Φωτόδεντρο: http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14348 Αναλυτικότερες πληροφορίες για την εφαρμογή και τις δραστηριότητες στις οποίες μπορεί να εμπλέξει τους μαθητές ο εκπαιδευτικός, υπάρχουν σε σύνδεσμο στο κάτω μέρος της εφαρμογής.



§7.4 (Να διατεθούν 6 ώρες)

Μια πηγή δυσκολιών για τους μαθητές είναι η τριπλή σημασία του συμβόλου «–»: ως πρόσημο (π.χ. στον αριθμό -2), ως δηλωτικό του αντίθετου (π.χ. στο –(-3) ή στο -*α*) και ως σύμβολο της αφαίρεσης (π.χ. στο 3–8). Είναι, λοιπόν, χρήσιμο να γίνει συζήτηση στην τάξη με στόχο την ανάπτυξη της ικανότητας χρήσης όλων αυτών των σημασιών και την ευχέρεια στην μετάβαση από τη μία σημασία στην άλλη. Επιπλέον, ίσως χρειάζεται να ξαναγίνει συζήτηση για την έννοια του αντίθετου (βλ. την §7.2). Επειδή στην απαλοιφή των παρενθέσεων εμφανίζονται δυσκολίες, καλό είναι να δοθεί περισσότερος χρόνος για την κατανόησή της από τους μαθητές. Ένας τρόπος να αποδοθεί νόημα στους κανόνες απαλοιφής παρενθέσεων είναι ο υπολογισμός με δύο τρόπους των αποτελεσμάτων (άσκηση 8). Ένας ακόμη τρόπος (ο οποίος είναι ίσως περισσότερο αποδοτικός) είναι η χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας. Αυτό σημαίνει ότι η απαλοιφή παρενθέσεων δεν θα διδαχθεί σε αυτή την παράγραφο αλλά στην επόμενη (βλ. παρακάτω)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα σ. 126
- Παραδείγματα 3, 4 σ. 127
- Ασκήσεις 2, 4, 5, 6 σ. 128

Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:

Σε μια παραλλαγή του παιχνιδιού με τις κάρτες, μπορούν από μια ομάδα να αφαιρούνται κάρτες, θετικές ή αρνητικές. Έτσι, για παράδειγμα, όταν αφαιρούνται 5 θετικές κάρτες από 10, μένουν 5, δηλαδή (+10)–(+5)=+5.

α) Πως μπορούμε να εκφράσουμε (με πράξη) την κατάσταση μιας ομάδας που είχε 5 αρνητικές κάρτες και της αφαιρέθηκαν 3 αρνητικές; Ποιο είναι τώρα το σκορ της ομάδας;

β) Μια ομάδα έχει σκορ +25. Με ποιους τρόπους μπορεί να αυξήσει το σκορ της σε +28; Με ποιους τρόπους μπορεί να μειωθεί το σκορ της σε +20;

γ) Πώς θα μπορούσαν από μια ομάδα που δεν έχει ούτε θετικές ούτε αρνητικές κάρτες να αφαιρεθούν 5 θετικές κάρτες; 3 αρνητικές;

δ) Χρησιμοποιήστε το παιχνίδι με τις κάρτες για να πείτε τι μπορεί να σημαίνουν οι παρακάτω πράξεις και υπολογίστε τα αποτελέσματά τους:

(+3)–(–5) (–2)–(+3) (–5)–(+3) (+7)–(–4) (–7)–(–5)

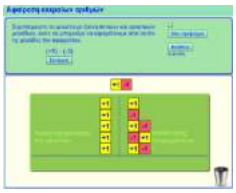
ε) Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την πρόσθεση για να κάνετε τις αφαιρέσεις, χωρίς κάθε φορά να σκέφτεστε τις κάρτες;

[Σχόλιο: Η δραστηριότητα αυτή επεκτείνει το μοντέλο των καρτών στην αφαίρεση, όπου μπορεί να φανεί ιδιαίτερα χρήσιμο για να προκύψει η ιδέα ότι η αφαίρεση ενός αριθμού είναι ισοδύναμη με την πρόσθεση του αντιθέτου του. Για παράδειγμα, για την αφαίρεση (+3)–

(–5), δηλαδή για να αφαιρεθούν 5 αρνητικές κάρτες ενώ έχουμε μόνο 3 θετικές, θα πρέπει πρώτα να προστεθούν 5 "ζεύγη του μηδενός" δηλαδή 5 θετικές και 5 αρνητικές κάρτες, ώστε να μπορούν μετά να αφαιρεθούν οι 5 αρνητικές. Έτσι όμως, το αποτέλεσμα είναι (+3)+(+5), αφού έμειναν οι 5 θετικές κάρτες. Αυτή η ιδέα υπάρχει στο (γ) ερώτημα, το οποίο χρειάζεται χρόνο για να συζητηθεί στην τάξη. Δυσκολία έχει και η διερεύνηση πολλαπλών τρόπων αντιμετώπισής του (β) ερωτήματος που θα πρέπει και αυτό να συζητηθεί αρκετά στην τάξη.]

Ενδεικτική δραστηριότητα $2^η$:

Η εισαγωγή στην αφαίρεση ακεραίων αριθμών μπορεί να γίνει με πιο διερευνητικό τρόπο με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το «Αφαίρεση ακεραίων αριθμών-Το μοντέλο των καρτών», από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1917



§7.5 (Να διατεθούν 5 ώρες)

Για την κατανόηση του πρόσημου του γινομένου δύο ρητών είναι καλό να χρησιμοποιηθεί η εισαγωγική δραστηριότητα του βιβλίου.

Εδώ προτείνεται να διδαχθεί και η απαλοιφή παρενθέσεων, με τη χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας. Αυτό θα επιτρέψει την κατανόηση και αιτιολόγηση των κανόνων. Για παράδειγμα, η έκφραση –(2 – 5) μπορεί να σημαίνει

$$-(2-5)=(-1)\cdot\left[(+2)+(-5)\right]=(-1)\cdot(+2)+(-1)\cdot(-5)=(-2)+(+5)=-2+5$$

και αυτό μπορεί να γενικευθεί και σε παραστάσεις με μεταβλητές, (π.χ. $-(\alpha-\beta)=\ldots$). Βέβαια, θα πρέπει να προηγηθεί μια συζήτηση για να εξηγηθεί ότι ο αντίθετος ενός αριθμού είναι το γινόμενό του με το -1, πράγμα που μπορεί να γίνει μέσω παραδειγμάτων, όπως $(-1)\cdot(+2)=-2$, $(-1)\cdot(-5)=+5$ κ.ο.κ.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα σ. 129
- Παραδείγματα 1, 2, 4 σ. 131
- Ασκήσεις 2, 3, 4, 5, 7, 8 σ. 132

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Υπολογίστε την τιμή της αριθμητικής παράστασης $\frac{2}{5}\cdot 10-3\cdot(-2)-\frac{1}{2}\cdot(-3+7-2)$ καταγράφοντας σε κάθε κίνηση που κάνετε τον ορισμό ή την ιδιότητα που χρησιμοποιείτε.

[Σχόλιο: Το ζητούμενο είναι η ανάπτυξη μιας συζήτησης στην τάξη που θα αναδεικνύει μαθηματικές έννοιες, ιδιότητες και συμβάσεις, και θα βοηθά τους μαθητές να συνειδητοποιούν το «γιατί» και όχι μόνο το «πως» σε αυτό που κάνουν. Παρόμοιοι στόχοι μπορούν να υπηρετούνται και από δραστηριότητες όπου δίνονται κάποια πιθανά αποτελέσματα μιας αριθμητικής παράστασης και ζητείται η ερμηνεία του πως μπορεί να προέκυψαν αυτά και η αναγνώριση των λαθών.]

§7.6 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Η διαίρεση ως πολλαπλασιασμός με τον αντίστροφο του διαιρέτη ανάγεται άμεσα στον πολλαπλασιασμό και έτσι οι κανόνες των προσήμων του πολλαπλασιασμού επεκτείνονται και στη διαίρεση.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 133-134
- Ασκήσεις 2, 3, 5, 6, 7 σ. 134

§7.7 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Σε συνδυασμό με την μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό ή περιοδικό δεκαδικό (που εντοπίζεται στην §3.1) η αντίστροφη διαδικασία είναι σημαντική για τη συγκρότηση της έννοιας του ρητού αριθμού.

§ 7.8 (Να διατεθούν 4 ώρες)

Είναι σημαντικό να αφιερωθεί χρόνος στην εξήγηση των ιδιοτήτων των δυνάμεων μέσα από παραδείγματα. Η απομνημόνευση των κανόνων είναι προτιμότερο να έρθει μέσα από τη χρήση τους και όχι από την αρχή της διδασκαλίας.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί το γινόμενο $3^4 \cdot 3^5$ είναι ίσο με τη δύναμη 3^9; Μπορείτε να γράψετε με μορφή μιας δύναμης το γινόμενο $2^3 \cdot 2^5$;

Μπορείτε να γράψετε με μορφή μιας δύναμης το γινόμενο $\alpha^\kappa \cdot \alpha^\lambda$;

Πως θα γράφατε το 5^8 ως γινόμενο δυνάμεων;

[Σχόλιο: Ο στόχος της δραστηριότητας είναι η διερεύνηση και η αιτιολόγηση (από τους μαθητές) της ιδιότητας $\alpha^\kappa \cdot \alpha^\lambda = \alpha^{\kappa+\lambda}$. Αντίστοιχες δραστηριότητες μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για τις υπόλοιπες ιδιότητες.]

ΜΕΡΟΣ Β΄

Κεφάλαιο 1ο (Να διατεθούν 19 διδακτικές ώρες)

Στην εισαγωγή γεωμετρικών εννοιών χρειάζεται να δοθεί έμφαση στο να μπορούν οι μαθητές να τις αναγνωρίζουν, να τις περιγράφουν (άτυπα ή τυπικά) και να τις αναπαριστάνουν. Για το πρώτο κεφάλαιο προτείνεται να δοθεί αρκετός χρόνος στην τάξη, για σχεδιασμό σχημάτων από τους μαθητές και με χρήση χειραπτικών μέσων για συγκρίσεις και κατασκευές (π.χ. διαφανές χαρτί). Στις παραγράφους 1.1-1.4 προτείνεται οι ορισμοί να προσεγγίζονται διαισθητικά από τους μαθητές, χωρίς να ζητείται τυπική διατύπωσή τους. Στις επόμενες παραγράφους, αν διατυπώνονται ορισμοί, αυτό να γίνεται διερευνητικά και «κατασκευαστικά» από τους μαθητές, αφού πρώτα έχουν αναγνωρίσει τις ιδιότητες των αντίστοιχων γεωμετρικών αντικειμένων-εννοιών. Ενδεικτικά βλέπε την παρακάτω ενδεικτική δραστηριότητα και την ενδεικτική δραστηριότητα 2 της §1.8.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Ο διδάσκων απευθύνει το ερώτημα «τι είναι τετράπλευρο» και χρησιμοποιεί τις απαντήσεις των μαθητών για να τους καθοδηγήσει στη διατύπωση του ορισμού. Στην πολύ πιθανή απάντηση «ένα σχήμα με τέσσερις πλευρές», παρουσιάζει διαδοχικά τα παρακάτω σχήματα και ζητά κάθε φορά από τους μαθητές να εντοπίσουν εκείνο το χαρακτηριστικό που δε συνδέεται με την εικόνα που έχουν για την έννοια «τετράπλευρο».

§§1.1 - 1.4 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Οι έννοιες που εισάγονται σε αυτές τις παραγράφους, αν και είναι διαισθητικά γνώριμες στους μαθητές (κάποιες γνωστές κι από το δημοτικό) έχουν δυσκολία στην τυπική περιγραφή τους. Στις επόμενες παραγράφους οι μαθητές θα συναντούν ξανά και ξανά αυτές τις έννοιες. Θα έχουν την ευκαιρία να περάσουν σιγά-σιγά και σε βάθος χρόνου, από την διαισθητική, αντίληψη στην πιο τυπική.

Για αυτούς τους λόγους, σε αυτή τη φάση προτείνεται να γίνει εποπτική προσέγγιση των εννοιών, ώστε οι μαθητές να αρχίζουν να αναγνωρίζουν ευθύγραμμα τμήματα, ευθείες, ημιευθείες, αντικείμενες ημιευθείες και γωνίες. Η ισότητα σχημάτων μπορεί να εισαχθεί με τη χρήση χειραπτικών μέσω (π.χ. διαφανούς χαρτιού), όπως στο παράδειγμα-εφαρμογή της σελίδας 155. Ένα εποπτικό εμπόδιο, που μπορεί να αντιμετωπιστεί σε αυτή τη φάση είναι η δυσκολία των μαθητών να αναγνωρίσουν τα σημεία του διπλανού σχήματος, ως σημεία της κυρτής γωνίας του ίδιου σχήματος.

Η δραστηριότητα 2 της σελίδας 148 προτείνεται να αντικατασταθεί με μία απλούστερη.
Επίσης προτείνεται να διατεθεί χρόνος για μετρήσεις και απλές συγκρίσεις ευθυγράμμων τμημάτων, όπως στα παραδείγματα της σελίδας 160, ώστε οι μαθητές να κατανοήσουν την έννοια της μέτρησης και της σύγκρισης τμημάτων (με μέτρηση ή διαβήτη).
Η διαφοροποίηση ανάμεσα στο ευθύγραμμο τμήμα και στο μήκος του, η έννοια της μονάδας μέτρησης (άτυπη, τυποποιημένη), η προσεγγιστική φύση της διαδικασίας της μέτρησης, η χρήση των οργάνων μέτρησης, ο τρόπος μεταβολής του αποτελέσματος της μέτρησης όταν χρησιμοποιούμε πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσια μιας αρχικής μονάδας θα κατανοηθούν από τους μαθητές μέσα από τη χρήση τους στις επόμενες παραγράφους.
Στην §1.4, προτείνεται να μην ζητηθεί από τους μαθητές να διατυπώσουν τους ορισμούς και τις ιδιότητες μήκους τεθλασμένης γραμμής και ευθύγραμμου τμήματος, αλλά να τις εφαρμόσουν σε συγκεκριμένες δραστηριότητες και ασκήσεις.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΑΝΑ ΠΑΡΑΓΡΑΦΟ

§1.1

- Θα δοθούν διαισθητικά με παραδείγματα που θα επιλέξει ο διδάσκων για τις έννοιες σημείο, ευθ. τμήμα, ευθεία, ημιευθεία, επίπεδο, ημιεπίπεδο και θα τονιστούν οι σχέσεις του περιέχεσθαι (η ευθεία απαρτίζεται από σημεία, τα τμήματα είναι μέρη ευθειών κτλ).
- Να γίνει η συσχέτιση ημιευθείας-ημιάξονα και ευθείας-ευθείας αριθμών (παράγραφο; 1.1)
- Παραδείγματα: 1,2, 3 σ. 151.
- Ασκήσεις 2, 3, 4, 5.
- Επίσης να δοθεί ως άσκηση η δραστηριότητα 1 σ. 152

§1.2

- Να αναδειχθεί το γεγονός ότι δύο ημιευθείες με κοινή αρχή ορίζουν δύο γωνίες.
- Να τονιστεί ότι ως γωνίες πολυγώνου νοούνται οι γωνίες που ορίζουν οι ημιευθείες που περιέχουν δύο διαδοχικές πλευρές και έχουν αρχή την κοινή κορυφή.
- Δραστηριότητα 2 σ. 154 (στην επεξεργασία της να γίνει αναφορά και σε μη κυρτές γωνίες).
- Παράδειγμα σ. 155 (Να τονιστεί ότι δύο ευθύγραμμα τμήματα είναι ίσα αν μπορούν, με κατάλληλο τρόπο περιλαμβανομένης και της δίπλωσης, να τοποθετηθούν το ένα πάνω στο άλλο και να συμπέσουν).
- Ασκήσεις 1, 2, 3, 4, 5 σ. 156.

§1.3

- Θα καταβληθεί προσπάθεια να διδαχθεί μετά το κεφάλαιο της Άλγεβρας που αναφέρεται στις μονάδες μέτρησης.
- Παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 160-161.
- Ασκήσεις 8, 9, 10, 11, 12 σ. 162 (Επιδιώκεται να καλλιεργηθεί η κατασκευαστική δεξιότητα και η συνακόλουθη επίγνωση των ιδιοτήτων των σχημάτων)

§1.4

- Δραστηριότητα σ. 163. Ασκήσεις 6, 8, 11 σ. 164.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Η εισαγωγή στην έννοια της γωνίας μπορεί να γίνει με πιο διερευνητικό τρόπο με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το «Πειράματα για την έννοια της γωνίας», στο Φωτόδεντρο:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14354
Αναλυτικότερες πληροφορίες για την εφαρμογή και τις δραστηριότητες που μπορεί να εμπλέξει τους μαθητές ο εκπαιδευτικός, υπάρχουν σε σύνδεσμο στο κάτω μέρος της εφαρμογής.

§1.5 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Οι μαθητές έχουν γνωρίσει τις άλλες έννοιες στο Δημοτικό, εκτός από την έννοια της διχοτόμου γωνίας, όμως αντιμετωπίζουν δυσκολίες σχετικά μ' αυτές. Συγκεκριμένα συγχέουν ποιο ακριβώς είναι το γεωμετρικό αντικείμενο που μετράται (η γωνία) με άλλα και/ή τις μετρήσεις τους, όπως τα μήκη των τμημάτων που είναι οι πλευρές της γωνίας, την επιφάνεια ανάμεσα στις ημιευθείες κ.λ.π. Επίσης ταυτίζουν το γεωμετρικό αντικείμενο (γωνία) με την μέτρησή του (μέτρο της γωνίας).

Προτείνεται η σύγκριση γωνιών να γίνεται και με τη χρήση διαφανούς χαρτιού (παραδείγματα 1, 2 και άσκηση 6) και όχι αποκλειστικά και μόνο μέσω του μέτρου τους με τη μέτρηση με μοιρογνωμόνιο. Γενικά, διαφορετικά μέσα αναδεικνύουν διαφορετικές πτυχές των εννοιών που διαπραγματευόμαστε. Για παράδειγμα, η εύρεση - κατασκευή της διχοτόμου μιας γωνίας (σελ. 167) με δίπλωση του χαρτιού αναδεικνύει την ισότητα των γωνιών αλλά και την διχοτόμο ως άξονα συμμετρίας, ενώ η κατασκευή με το μοιρογνωμόνιο αναδεικνύει την ισότητα των γωνιών μέσω του μέτρου τους. Επίσης, προτείνεται οι μαθητές να συγκρίνουν γωνίες χρησιμοποιώντας και άτυπες μονάδες μέτρησης γωνιών (μικρότερες γωνίες) και να δοθεί αρκετός χρόνος σε μετρήσεις και κατασκευές γωνιών.

Για τις δυσκολίες των μαθητών σχετικά με την έννοια της μέτρησης, παραπέμπουμε στην θέση http://ebooks.edu.gr/new/ps.php, στο 2. ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣ ΤΑ ΙΣΧΥΟΝΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΣΠΟΥΔΩΝ/ Β. Οδηγοί για τον Εκπαιδευτικό/ Επιστημονικό Πεδίο: Μαθηματικά/ Σελ 81.

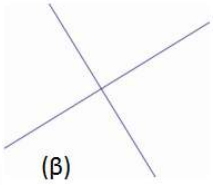
Η δραστηριότητα που προτείνεται στην παράγραφο 1.6, μπορεί να τροποποιηθεί κατάλληλα και να χρησιμοποιηθεί σε αυτή την παράγραφο.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

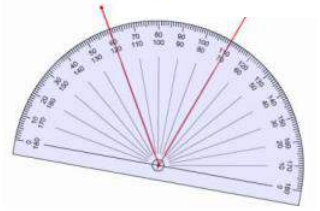
- Η δραστηριότητα της σ. 165 να αντικατασταθεί με μέτρηση γωνιών που θα υπάρχουν σε φύλλο χαρτιού που θα δοθεί με φωτοαντίγραφο από τον διδάσκοντα.
- Παραδείγματα 1, 2, (μπορεί να γίνει και με διαφανές χαρτί) 3 σ. 166-167.
- Ασκήσεις 2, 3, 4, 7 σ. 168.
- Οι δραστηριότητες 1, 2 της σ. 168 μπορούν να γίνουν μόνο εφόσον ο διδάσκων κατατοπίσει τους μαθητές για την ανάκλαση.

§1.6 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Το περιεχόμενο της ενότητας είναι γνωστό στους μαθητές από το Δημοτικό, εκτός από την μηδενική, την ευθεία, την μη κυρτή και την πλήρη γωνία. Παρόλα αυτά η έννοια της καθετότητας μπορεί να μην έχει κατακτηθεί από πολλούς μαθητές και μια από τις συνηθισμένες δυσκολίες που έχουν είναι η αναγνώριση της καθετότητας σε ευθείες που δεν έχουν τον συνήθη οριζόντιο και κατακόρυφο προσανατολισμό. Κάποιες από τις αιτίες αυτής της δυσκολίας είναι ο τρόπος προσανατολισμού των σχημάτων στα σχολικά βιβλία (π.χ. ορθογώνια ή τετράγωνα με πλευρές παράλληλες προς τις ακμές των σελίδων του βιβλίου), οι παραστάσεις που έχουν από το περιβάλλον γύρω τους (π.χ. οριζόντιος και κατακόρυφος προσανατολισμός των κουφωμάτων των σπιτιών, των παραθύρων κλπ), αλλά και από τον τρόπο προσανατολισμού των σχημάτων στον πίνακα, κατά την διδασκαλία. Το φαινόμενο αυτό δεν περιορίζεται μόνον στην έννοια της καθετότητας αλλά επεκτείνεται και στην αναγνώριση σχημάτων π.χ. δεν αναγνωρίζουν ως τρίγωνο κάποιο «μακρόστενο» στο οποίο μία πλευρά είναι πολύ μικρή σε σχέση με τις άλλες. Θα πρέπει ο διδάσκων, λαμβάνοντας υπόψη τα προηγούμενα, να εμπλουτίζει την ποικιλία των σχημάτων που χρησιμοποιεί κατά την διάρκεια της διδασκαλίας.

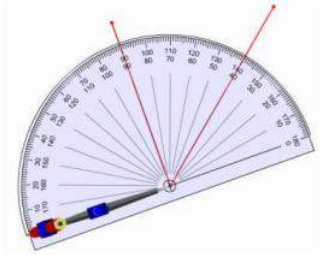


Για παράδειγμα, προτείνεται για την αναγνώριση των κάθετων ευθειών να χρησιμοποιούνται και τα δύο σχήματα (α και β) του διπλανού σχήματος και όχι μόνο το (α).



ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητες 1, 2 σ 169.
- Παραδείγματα 1 &2 (να τονιστεί ότι ο έλεγχος της καθετότητας μπορεί να γίνει και με μέτρηση ή γνώμονα), 3, 4 σ, 171-172.
- Ασκήσεις 6, 7 σ. 172.



Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Ο εκπαιδευτικός δίνει στους μαθητές, που είναι χωρισμένοι σε ομάδες, προσχεδιασμένες γωνίες και ζητά από αυτούς να τις χαρακτηρίσουν ως κυρτές – μη κυρτές και αμβλείες, ορθές ή οξείες (στην περίπτωση των μη κυρτών). Στην αρχή

οι μαθητές μετρούν τη γωνία με το μοιρογνωμόνιο με τον συνήθη τρόπο. Κατόπιν τους ζητά να βρουν τρόπο ή τρόπους να τις μετρήσουν με το μοιρογνωμόνιο, χωρίς όμως να ακολουθήσουν την τυπική διαδικασία ταύτισης μιας πλευράς της γωνίας με τη διάμετρο του ημικυκλίου του μοιρογνωμονίου, όπως δείχνουν οι εικόνες. Οι μαθητές θα πρέπει να περιγράψουν τις στρατηγικές που ακολούθησαν και να συζητήσουν διάφορα χαρακτηριστικά. Αναμένεται ότι οι μαθητές θα ανακαλύψουν ότι η μέτρηση μπορεί να γίνει με πολλούς τρόπους ανεξάρτητα από την τοποθέτηση του μοιρογνωμονίου, αρκεί το κέντρο του να είναι στην κορυφή της γωνίας και να βρίσκουν τη διαφορά των ενδείξεων της ίδιας κλίμακας. Στη συνέχεια, ο εκπαιδευτικός, με κατάλληλες ερωτήσεις, βοηθά τους μαθητές να κάνουν τη σύνδεση με τη σχέση της επίκεντρης γωνίας και του μέτρου του τόξου στο οποίο βαίνει αυτή, την ανεξαρτησία του μέτρου του τόξου από την ακτίνα των ημικυκλίων των μοιρογνωμονίων και τον χωρισμό των τόξων σε ίσα μέρη από τα εξωτερικά σημάδια - ενδείξεις του μοιρογνωμονίου και αντίστοιχα των γωνιών.
[Σχόλιο: Η παραπάνω δραστηριότητα μπορεί να χρησιμοποιηθεί με κατάλληλες μετατροπές και στην παράγραφο 1.5. Στόχος είναι η χρήση άτυπων μονάδων μέτρησης για τη σύγκριση γωνιών.]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:
Οι μαθητές καταγράφουν και σχεδιάζουν τα διάφορα είδη γωνιών (μηδενική, κυρτή, οξεία, ορθή, αμβλεία, ευθεία, μη κυρτή, πλήρης) και τις ταξινομούν ως προς το μέτρο μεδιάφορους τρόπους.

§1.7 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Οι έννοιες είναι νέες για τους μαθητές. Να αναφερθεί η έννοια της διαφοράς δύο γωνιών. Να δοθεί προτεραιότητα κατά σειρά στις ασκήσεις 1, 4 (περιπτώσεις 3 και 2) και 3 και να εμπλουτισθούν οι ασκήσεις με ερωτήματα για τον προσδιορισμό της γωνίας η οποία είναι το άθροισμα των ζευγών των εφεξής γωνιών που βρίσκουν οι μαθητές, όπως και ερωτήματα προσδιορισμού της διαφοράς δύο γωνιών. Ο ορισμός των εφεξής γωνιών είναι αρκετά περίπλοκος στη διατύπωσή του. Προτείνεται να αναγνωρίσουν οι μαθητές τις ιδιότητες των εφεξής γωνιών και στη συνέχεια να κατασκευάσουν οι ίδιοι τον ορισμό, διαπιστώνοντας την αναγκαιότητα της συγκεκριμένης διατύπωσης.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα σ. 173.
- Παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 174-175.
- Ασκήσεις 1, 2, σ. 175.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:
Η εισαγωγή στις έννοιες των εφεξής και διαδοχικών γωνιών μπορεί να γίνει με τη δραστηριότητα της σελίδας 173 του σχολικού βιβλίου και πιο διερευνητικά με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το «Κοινά στοιχεία γωνιών», στο Φωτόδεντρο:
http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/2184

§1.8 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Οι έννοιες είναι νέες για τους μαθητές. Προτείνεται κι εδώ οι ορισμοί να έπονται της αναγνώρισης των ιδιοτήτων και να είναι προϊόν της διερεύνησης των μαθητών. Σε αυτή την κατεύθυνση προτείνεται η «ενδεικτική δραστηριότητα 2» που ακολουθεί

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα σ. 176.
- Παραδείγματα 1, 2 (να διευκρινιστεί ότι δύο γωνίες μπορεί να είναι παραπληρωματικές ή συμπληρωματικές χωρίς να είναι εφεξής), 3, 4, 5, 6 σ. 177-178.
- Ασκήσεις 3, 5, 9, 11 σ. 179.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:
Για την ισότητα των κατακορυφήν γωνιών μπορεί να χρησιμοποιηθεί το μικροπείραμα «Κατακορυφήν γωνίες», όπου οι μαθητές μέσα από την εμπλοκή τους με ένα προβληματικό

μικρόκοσμο που πρέπει να διορθώσουν, εισάγονται στην έννοια των κατακορυφήν γωνιών και τη σχέση τους. Το μικροπείραμα έχει δημιουργηθεί με χρήση εργαλείων συμβολικής έκφρασης μέσω του προγραμματισμού (Χελωνόσφαιρα).
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/9521

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:

1η φάση (εξερεύνηση ιδιότητας): Ο διδάσκων προτρέπει τους μαθητές να σχεδιάσουν δύο τεμνόμενες ευθείες και να εικάσουν για σχέσεις που υπάρχουν μεταξύ των γωνιών που σχηματίζονται. Οι μαθητές μετρούν προσεγγιστικά με το μοιρογνωμόνιο. Αναμένεται ότι θα εικάσουν ότι υπάρχουν δύο ζεύγη ίσων γωνιών και είναι μάλλον απίθανο ότι θα εικάσουν ζεύγη παραπληρωματικών. Ο διδάσκων θέτει το ερώτημα αν θα δημιουργούνται ζεύγη ίσων γωνιών σε κάθε περίπτωση που τέμνονται δύο ευθείες. Προτείνει να διερευνήσουν την κατάσταση στον υπολογιστή με κάποιο πρόγραμμα δυναμικής γεωμετρίας. Οι μαθητές αναζητούν εξήγηση γιατί αυτά τα ζεύγη γωνιών είναι ίσα και συνεργάζονται για να δημιουργήσουν μια απόδειξη του ότι οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες. Με προτροπή του διδάσκοντα εξερευνούν τη σχέση που έχουν οι εφεξής γωνίες. Αν ανακαλύψουν ότι οι γωνίες είναι παραπληρωματικές. Καταγράφουν όλα τα ζεύγη των παραπληρωματικών γωνιών, συζητούν και δικαιολογούν γιατί είναι παραπληρωματικές.

2η φάση (Ορισμός): Ο διδάσκων δίνει στους μαθητές ένα φύλλο χαρτί που περιέχει δύο στήλες. Η μία έχει τίτλο «Κατακορυφήν γωνίες» και η άλλη «Γωνίες που δεν είναι κατακορυφήν». Κάθε στήλη έχει αντιστοίχως παραδείγματα και μη παραδείγματα κατακορυφήν γωνιών (στα μη παραδείγματα πρέπει να έχουν περιληφθεί ζεύγη ίσων γωνιών με ένδειξη του μέτρου των γωνιών). Ζητείται από τους μαθητές να βρουν τα κοινά χαρακτηριστικά των κατακορυφήν γωνιών και να γράψουν έναν ορισμό που θα τις περιγράφει. Οι μαθητές λόγω της προηγούμενης εξερεύνησης θα μπορέσουν να δώσουν έναν ορισμό αρκετά κοντά στον τυπικό ορισμό και θα διακρίνουν την διαφορά ορισμού και ιδιότητας.

[Σχόλιο: Στόχος της δραστηριότητας είναι οι μαθητές να οδηγηθούν στην διατύπωση του ορισμού, μετά από εξερεύνηση. Έτσι διαπιστώνουν την αναγκαιότητα της χρήσης των συγκεκριμένων λέξεων στον ορισμό.]

§§1.9 και 1.10 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Η έννοια της παραλληλίας είναι γνωστή στους μαθητές από το Δημοτικό. Προτείνεται να δοθεί ως άσκηση ο σχεδιασμός ενός παραλληλογράμμου (είναι γνωστή έννοια από το Δημοτικό) με στοιχεία που θα καθορίσει ο διδάσκων/ουσα.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα 2.
- Παράδειγμα 2 σ. 181.
- Παραδείγματα 1, 2, 3 (να τονιστεί ότι παράλληλες ευθείες είναι εκείνες που όλα τα σημεία της μιας ισαπέχουν από την άλλη) , 4 σ. 185.
- Ασκήσεις 2, 3, 5, 6 σ. 186.

§1.11 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Λόγω εξαίρεσης από την διδακτέα ύλη της επόμενης παραγράφου οι εφαρμογές 2 και 3 της §1.12 θα διδαχθούν σε αυτή την παράγραφο, μαζί με την εφαρμογή της σελ. 189. Ο διδάσκων θα μπορούσε να ζητήσει οι κατασκευές να γίνουν με ένα λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας και με κατάλληλες δραστηριότητες και ερωτήσεις οι μαθητές να διερευνήσουν π.χ. τις συνθήκες κατασκευής ενός τριγώνου, όταν δίνονται τρία ευθύγραμμα τμήματα (εφαρμογή, σελ. 189, δραστηριότητα για το σπίτι, αριθ. 2).

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητες 2, 3 σ. 187.
- Παράδειγμα 1 σ . 189.

- Ασκήσεις 2, 3,4 σ. 189

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:
Μέσω διερευνητικής δραστηριότητας, οι μαθητές μπορούν να κατασκευάσουν κύκλο, που να διέρχεται από τρία δοσμένα σημεία (με χρήση της μεσοκαθέτου ευθύγραμμου τμήματος και ορισμού του κύκλου).

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:
Με το παρακάτω μικροπείραμα του Φωτόδεντρου, μπορεί να γίνει διερευνητικά στην τάξη η εφαρμογή της σελίδας 189).

http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/9521

§§ 1.12 και 1.13 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)
Το περιεχόμενο της ενότητας είναι νέο για τους μαθητές. Προτείνεται να δοθεί χρόνος για κατασκευές και οι μαθητές να ανακαλύψουν και να διατυπώσουν τις αντίστοιχες προτάσεις.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:
- Δραστηριότητα 1 σ. 190. Στο «Θυμόμαστε-Μαθαίνουμε» της σ. 193 εφόσον είναι δυνατό να γίνει χρήση λογισμικού.
- Παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 193.
- Ασκήσεις 1, 4 σ. 194

Κεφάλαιο 2ο (Να διατεθούν 11 διδακτικές ώρες)
Αυτό που επιδιώκεται από τη διδασκαλία των συμμετριών είναι να αποκτήσουν οι μαθητές, μια ευελιξία στον τρόπο της γεωμετρικής τους σκέψης και να τις χρησιμοποιήσουν ως εργαλείο για τη μελέτη και την αιτιολόγηση ιδιοτήτων των γεωμετρικών σχημάτων, όπως των παραλλήλων ευθειών που τέμνονται από άλλη ευθεία (§2.6), της μεσοκαθέτου (§2.3) και των ιδιοτήτων των ειδών τετραπλεύρου.
Γενικά για την διδασκαλία του κεφαλαίου 2 ενδείκνυται η αξιοποίηση των νέων τεχνολογιών, παράλληλα με τη χρήση άλλων μέσων (όπως το διαφανές χαρτί, τα γεωμετρικά όργανα, τετραγωνισμένο χαρτί κτλ.) με σκοπό όχι μόνο την κατασκευή συμμετρικών σχημάτων αλλά και την κατανόηση και την αξιοποίηση των ιδιοτήτων της συμμετρίας.
Προτείνεται να δοθεί έμφαση στη διαισθητική αναγνώριση των ιδιοτήτων των συμμετριών και στις κατασκευές.
Στόχοι είναι:
- ✓ Οι μαθητές να κατασκευάζουν σχήματα συμμετρικά ως προς άξονα και κέντρο.
- ✓ Να αναγνωρίζουν υπάρχουσες συμμετρίες σε δοθέντα σχήματα.
- ✓ Να κατανοήσουν ότι με την κεντρική και την αξονική συμμετρία διατηρούνται τα μήκη, η ισότητα των γωνιών και η ισότητα σχημάτων.
- ✓ Να χρησιμοποιούν τη συμμετρία σε διεργασίες αιτιολόγησης.

§§2.1 και 2.2 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)
Οι παράγραφοι 2.1 και 2.2 θα διδαχθούν σαν μια ενότητα. Προτείνεται να προηγηθεί η διδασκαλία της §2.2 (άξονας συμμετρίας) και να ακολουθήσει η διδασκαλία της §2.1 (συμμετρία ως προς άξονα) με σκοπό να προηγηθεί το διαισθητικό μέρος της αξονικής συμμετρίας και κατόπιν να ακολουθήσει το κατασκευαστικό και τα συμμετρικά σχήματα.
Επισημαίνεται ότι οι μαθητές δυσκολεύονται σε κατασκευές με την αξονική συμμετρία, καθώς συχνά κάνουν μεταφορά, αντί για ανάκλαση. Γι' αυτό προτείνεται να διατεθεί χρόνος σε κατασκευές, από τους ίδιους.
Να επισημανθεί ότι η ταύτιση των δύο μερών του σχήματος, όταν διπλώνεται κατά μήκος του άξονα συμμετρίας του, σημαίνει ισότητα των δύο μερών. Προτείνεται να δοθούν για ανακάλυψη και αιτιολόγηση οι ιδιότητες του ισοσκελούς τριγώνου[1] (δεν θα αναφέρονται σε ύψος, διάμεσο και

1 Οι έννοιες του ισοσκελούς και του ισόπλευρου τριγώνου τους είναι γνωστές από το Δημοτικό, ομοίως του παραλληλογράμμου, του ορθογωνίου, του ρόμβου και του τετραγώνου.

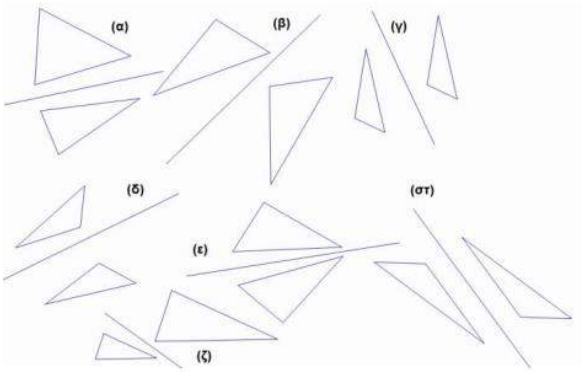
διχοτόμο του τριγώνου ως προς την βάση, αλλά θα συνάγουν ότι ο άξονας συμμετρίας διχοτομεί την γωνία που είναι απέναντι από την βάση, τέμνει κάθετα την βάση κτλ.), του ισόπλευρου, του ορθογωνίου, του ρόμβου και του τετραγώνου (οι μαθητές τα σχεδιάζουν σε διαφανές χαρτί ή τους δίνονται έτοιμα τα σχήματα και με την χάραξη των αξόνων συμμετρίας και την δίπλωση των σχημάτων κατά μήκος αυτών ανακαλύπτουν και δικαιολογούν τις ιδιότητες τους).

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα σ. 200.
- Παραδείγματα 1-9 σ. 201-203 (για την τάξη).
- Άσκηση 2 σ. 203.
- 2.2 Δραστηριότητα σ. 204.
- Παράδειγμα 1. σ. 205.
- Ως παράδειγμα στην τάξη να γίνει η άσκηση 3 σ. 205.
- Ασκήσεις 4, 5 σ, 205.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:

Οι μαθητές προσπαθούν να προσδιορίσουν ποια από τα σχήματα της εικόνας είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα που είναι σχεδιασμένος και να δικαιολογήσουν την απάντησή τους. Εξηγούν τον τρόπο που σκέφτηκαν και τις στρατηγικές που ακολούθησαν. Για παράδειγμα, μπορεί να απέκλεισαν κάποιες περιπτώσεις και εξηγούν τα κριτήρια αποκλεισμού. Στη συνέχεια ο διδάσκων προτείνει να εξετάσουν μήπως υπάρχει κάποια περίπτωση που να μπορούν τα σχήματα να γίνουν συμμετρικά ως προς άξονα, αλλά ο άξονας δεν είναι σωστά σχεδιασμένος και τους προτρέπει να σχεδιάσουν τον σωστό άξονα.



[Σχόλιο: Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να γίνει σε συνδυασμό με τη δραστηριότητα1 της §2.3]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:

Η άσκηση 2 της σελίδας 205 του σχολικού βιβλίου μπορεί να γίνει πιο διερευνητικά με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων όπως με το «Αξονική συμμετρία και αλφάβητο», από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2051

§2.3 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Στόχοι είναι:

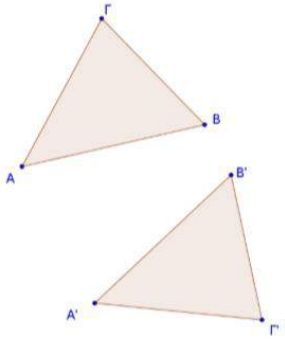
- ✓ Η χρήση της αξονικής συμμετρίας για την αιτιολόγηση της ιδιότητας της μεσοκαθέτου.
- ✓ Η κατασκευή της μεσοκαθέτου ευθύγραμμου τμήματος με διαφορετικούς τρόπους (υποδεκάμετρου και γνώμονα, κανόνα και διαβήτη, δίπλωση χαρτιού).

Προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στις εφαρμογές 1, 2 και 5 και στις ασκήσεις 1, 3, 4, 5, 7 και 9.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα σ 206.
- Παραδείγματα 1-5 σ. 207-208. Να γίνει αναφορά στο ισοσκελές.
- Ασκήσεις 2, 3 σ. 209.
- Η δραστηριότητα 1 σ. 209 μπορεί να δοθεί για το σπίτι.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:



Ο διδάσκων δίνει στους μαθητές διαφανές χαρτί, πάνω στο οποίο υπάρχουν σχεδιασμένα δύο συμμετρικά, ως προς άξονα, τρίγωνα, χωρίς όμως να είναι σχεδιασμένος ο άξονας συμμετρίας. Οι μαθητές προσπαθούν με δίπλωση του χαρτιού να προσδιορίσουν τον άξονα συμμετρίας τον οποίο και σχεδιάζουν με βάση την γραμμή τσάκισης που θα έχουν κάνει στο χαρτί. Με προτροπή του διδάσκοντα σχεδιάζουν τα τμήματα που έχουν ως άκρα αντίστοιχες κορυφές των τριγώνων και εξετάζουν την σχέση που έχει ο άξονας με αυτά τα τμήματα. Διαπιστώνουν και δικαιολογούν, μέσω της δίπλωσης του χαρτιού ως προς τον άξονα συμμετρίας, ότι αυτός είναι η κοινή μεσοκάθετος των τμημάτων. Συζητούν σε πόσα τμήματα, που ενώνουν αντίστοιχα σημεία, πρέπει να χαράξουν την μεσοκάθετο για τον προσδιορισμό του άξονα συμμετρίας. Προτείνουν τρόπο κατασκευής του άξονα συμμετρίας με κανόνα και διαβήτη τον οποίο και εφαρμόζουν.

[Σχόλιο: Στόχος της δραστηριότητας είναι η χρήση της αξονικής συμμετρίας για αιτιολόγηση. Με κατάλληλη προσαρμογή, μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο τέλος της διδασκαλίας των § 2.1 και § 2.2.]

Εναλλακτικά:

«Τα δυο τρίγωνα είναι συμμετρικά ως προς άξονα. Να προτείνετε έναν γεωμετρικό τρόπο ώστε να σχεδιάσετε τον άξονα συμμετρίας».

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:

Η άσκηση 8 του σχολικού βιβλίου μπορεί να γίνει και με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων όπως με το μικροπείραμα «Κατασκευή του άγνωστου κέντρου ενός κύκλου», από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία: http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2080

§§2.4 και 2.5 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Και αυτές οι παράγραφοι θα διδαχθούν σαν μια ενότητα. Μπορεί να προηγηθεί η διδασκαλία της §2.5 (κέντρο συμμετρίας) και να ακολουθήσει η διδασκαλία της §2.4 (συμμετρία ως προς σημείο) με σκοπό να προηγηθεί το διαισθητικό μέρος της κεντρικής συμμετρίας και κατόπιν να ακολουθήσει το κατασκευαστικό και τα συμμετρικά σχήματα.

Επισημαίνεται ότι οι μαθητές μπορεί να δυσκολεύονται με την στροφή κατά 180° και προτείνεται να δοθούν αρκετές πρακτικές εφαρμογές με χειραπτικά μέσα ως εργασίες στην τάξη (π.χ. στροφή 180° με διαφανές χαρτί).

Προτείνεται να δοθεί για δραστηριότητα η ανακάλυψη και η αιτιολόγηση των ιδιοτήτων του παραλληλογράμμου, με την σχεδίαση δύο ίσων παραλληλογράμμων σε δύο διαφορετικά φύλλα, που το ένα θα είναι διαφανές χαρτί. Ωστόσο αυτό να γίνει μπορεί να γίνει σαν εφαρμογή της συμμετρίας ως προς κέντρο, στις παραγράφους 3.3 και 3.4.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Η δραστηριότητα της σελίδας 212 (§2.5) του σχολικού βιβλίου μπορεί να γίνει με τη χρήση του ψηφιακού εργαλείου «Κέντρο συμμετρίας αντικειμένων» που διατίθεται στο Φωτόδεντρο http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2075

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΑΝΑ ΠΑΡΑΓΡΑΦΟ

§2.4

- Να γίνει ως δραστηριότητα η εύρεση του συμμετρικού του γράμματος γ ως προς Ο (σελίδα 210, μπλε πλαίσιο) και μετά να γίνει η δραστηριότητα της αρχής της σ. 210.
- Παραδείγματα 1, 2, 3, 4, 5, 6 σ. 210-211.
- Άσκηση 1 σ. 210.

§2.5

- Δραστηριότητα σ. 212.
- Παραδείγματα 1,3 σ. 213.
- Άσκηση 2 σ. 213.

§ 2.6 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

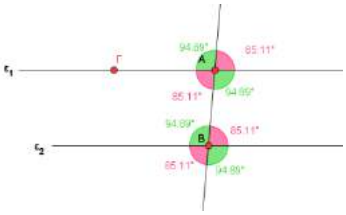
Οι ιδιότητες των γωνιών μπορούν να αιτιολογηθούν με τη χρήση της συμμετρίας ως προς κέντρο. Κατά την διδασκαλία της ενότητας να διευκρινιστεί ότι δύο γωνίες ορίζονται ως εντός εναλλάξ, εντός και επί τα αυτά κτλ., ανεξάρτητα από το αν οι δύο ευθείες ε_1 και ε_2 (τεμνόμενες από μία τρίτη ευθεία), είναι παράλληλες μεταξύ τους ή όχι. Όμως, μόνο όταν οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες, οι παραπάνω γωνίες θα είναι αντιστοίχως ίσες, παραπληρωματικές κτλ.

Προτείνεται να μη δοθεί έμφαση σε ασκήσεις αλγεβρικού υπολογισμού γωνιών.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Η διδασκαλία θα ξεκινήσει από το «Θυμόμαστε- Μαθαίνουμε» της σ. 214 και θα συνεχίσει με το παράδειγμα 1 σ. 215 και το παράδειγμα 2 σ. 216.
- Ασκήσεις 2, 4, 5 σ. 216.

Ενδεικτική δραστηριότητα: Η εφαρμογή 1 του σχολικού βιβλίου μπορεί να γίνει και με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων όπως με το μικροπείραμα «Ισότητα γωνιών μεταξύ παραλλήλων», από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία: http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2138



Κεφάλαιο 3ο (Να διατεθούν 11 διδακτικές ώρες)

§3.1 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη παράγραφο, διαφορετικά μέσα αναδεικνύουν διαφορετικές πτυχές μιας έννοιας. Ταυτόχρονα, σε κάποιες περιπτώσεις αυτά απαιτούν και διαφορετικό βαθμό συνειδητοποίησης και κατανόησης κάποιων εννοιών, εκ μέρους των μαθητών.

Τα λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας επιτρέπουν στο χρήστη να δημιουργήσει μία κατασκευή μέσα από μία σειρά ενεργειών που ορίζονται γεωμετρικά (π.χ. κατασκευή ευθείας παράλληλης προς μία άλλη, από σημείο εκτός αυτής). Όταν στο αποτέλεσμα αυτής της κατασκευής, επιλέξουμε κάποιο σημείο και το σύρουμε, με την βοήθεια του ποντικιού, το γεωμετρικό αντικείμενο μεταβάλλεται, ενώ όλες οι γεωμετρικές σχέσεις που χρησιμοποιήθηκαν κατά την κατασκευή διατηρούνται. Έτσι, η κατασκευή βασίζεται και συμπεριφέρεται με βάση τις γεωμετρικές σχέσεις και τις ιδιότητες που απορρέουν απ' αυτές. Αυτή η συμπεριφορά του σχήματος δεν παρουσιάζεται όταν ο μαθητής έχει δημιουργήσει ένα σχήμα βασισμένο σε επιφανειακά χαρακτηριστικά. Για παράδειγμα, η ανάθεση στους μαθητές να βρουν τρόπο (ή τρόπους) να σχεδιάσουν με ένα λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας, ένα ισοσκελές τρίγωνο το οποίο να μπορεί να μεταβάλλεται και να αντέχει στην δοκιμασία του συρσίματος των κορυφών, απαιτεί εκ μέρους τους τη συνειδητοποίηση και την κατανόηση των γεωμετρικών ιδιοτήτων που θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν έτσι ώστε το τρίγωνο να παραμένει ισοσκελές κάτω απ' όλες τις περιστάσεις. Η σχεδίαση ενός ισοσκελούς τριγώνου, βασισμένη στις μετρήσεις των πλευρών, δεν «αντέχει» στην δοκιμασία του συρσίματος, ενώ η κατασκευή ισοσκελούς που βασίζεται π.χ. στην ιδιότητα των σημείων της μεσοκαθέτου «αντέχει». Ταυτόχρονα η δυναμική μεταβολή της κατασκευής, τους επιτρέπει να διερευνήσουν και να κατανοήσουν (με κατάλληλες δραστηριότητες και ερωτήσεις) άλλες σχέσεις, όπως ότι τα ισόπλευρα τρίγωνα είναι και ισοσκελή, χωρίς όμως να ισχύει και το αντίστροφο.

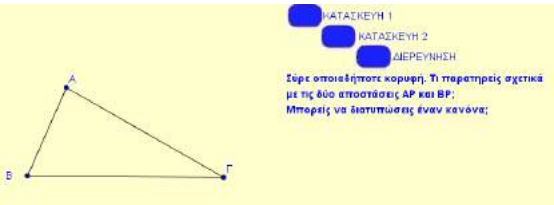
Προτείνεται να δοθούν ως δραστηριότητες για το σπίτι, οι κατασκευές ισοσκελούς, ισόπλευρου και σκαληνού τριγώνου, όπως επίσης ορθογωνίου, αμβλυγωνίου και οξυγωνίου με ένα λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας, που να «αντέχουν» στην διαδικασία συρσίματος[2] και με συζήτηση στην τάξη, των προσεγγίσεων των μαθητών, μέσα από κατάλληλες ερωτήσεις, να αναδειχθούν πτυχές των υπό διαπραγμάτευση εννοιών ή να αποτελέσουν την βάση προβληματισμού για την ανάπτυξη της επόμενης ενότητας.

2 Απαραίτητη προϋπόθεση για αυτή την δραστηριότητα είναι οι μαθητές να είναι εξοικειωμένοι με κάποιο λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας και να μπορούν να δουλεύουν αυτόνομα σ' αυτό.

Προτείνεται να γίνουν στην τάξη κατασκευές τριγώνων (ισοσκελούς & ισοπλεύρου) από τους μαθητές και κανόνα και διαβήτη, αλλά και λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας (αν υπάρχει η δυνατότητα), ώστε να φανεί ποιες ιδιότητες του κάθε τριγώνου παραμένουν σταθερές όταν αυτό αλλάζει.
Επίσης να δοθεί έμφαση στις κατασκευές κυρίως υψών, αλλά και διχοτόμων-διαμέσων όλων σε οξυγώνιο, αμβλυγώνιο και ορθογώνιο τρίγωνο.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα: Θα δοθεί ένα φύλλο εργασίας με τρίγωνα διαφόρων ειδών και θέσεων και θα κληθούν οι μαθητές να τα ταξινομήσουν. Επίσης μπορεί να ζητηθεί από τους μαθητές να σχεδιάσουν τρίγωνα με βάση κάποιες προδιαγραφές λ.χ. ορθογώνια ισοσκελή.
- Παράδειγμα σ. 219.



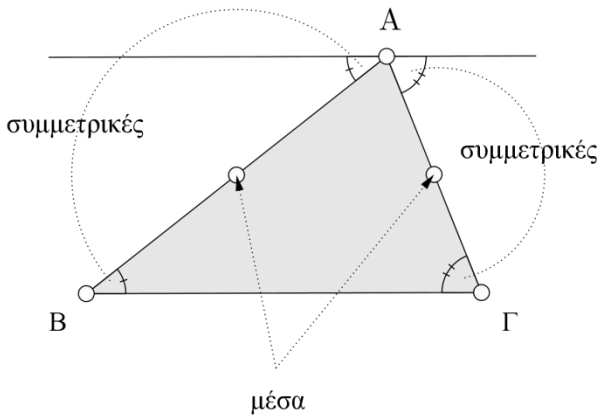
Ενδεικτική δραστηριότητα:
Η άσκηση 4 του σχολικού βιβλίου που αφορά το σημείο τομής των διαμέσων, μπορεί να γίνει πιο διερευνητικά με το μικροπείραμα «Εκεί που τέμνονται οι διάμεσοι» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5510
[Σχόλιο: Η ενδεικτική δραστηριότητα αυτή δίνεται ως παράδειγμα της χρήσης ενός λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας στη διερεύνηση ιδιοτήτων, καθώς αυτές παραμένουν σταθερές όταν το σχήμα αλλάζει.]

§3.2 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Οι μαθητές γνωρίζουν από το Δημοτικό ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180°, ενώ τις ιδιότητες του ισοσκελούς και του ισοπλεύρου μπορεί να τις έχουν διαπραγματευτεί σε προηγούμενες ενότητες, όπως έχει προταθεί. Προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στα παραδείγματα – εφαρμογές και στις ασκήσεις 1, 4, 5, 6, 7, 8 και 9. Η άσκηση 10 είναι πολύ δύσκολη γι' αυτή την ηλικία και αν αντιμετωπιστεί να μη γίνει με τη βοήθεια του αλγεβρικού λογισμού. Να μη δοθεί έμφαση μόνο σε υπολογιστικές ασκήσεις γωνιών τριγώνου.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα 1. Σημειώνεται ότι εδώ υπάρχει η δυνατότητα να γίνει και θεωρητική αιτιολόγηση του συμπεράσματος με βάση όσα υπάρχουν στις σ. 210-213 ή με βάση την διάταξη του παραδείγματος σ. 222.



- Παραδείγματα 2, 3, 4, 5, 6 σ. 222-223 (τα παραδείγματα 4, 5, 6 μπορούν να δοθούν για το σπίτι και να γίνει μετά η παρουσίαση τους από τους μαθητές).

Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:

Το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου χρησιμοποιείται ως βασικό αποτέλεσμα για τον προσδιορισμό μιας σχέσης ανάμεσα στο άθροισμα των γωνιών και το πλήθος των πλευρών ενός τυχαίου πολυγώνου. Οι μαθητές κατασκευάζουν πολύγωνα με 4, 5, 6, 7 και 8 πλευρές, τα χωρίζουν σε τρίγωνα με διαγώνιες που άγονται από μία κορυφή και καταγράφουν σε πίνακα το είδος του πολυγώνου, το πλήθος των τριγώνων στα οποία χωρίζεται και το άθροισμα των γωνιών του. Από τα στοιχεία του πίνακα συνάγουν με επαγωγικό τρόπο τη ζητούμενη γενική σχέση.

[Σχόλιο: Στόχος αυτής της δραστηριότητας είναι να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές το άθροισμα γωνιών τριγώνου σε περαιτέρω υπολογισμούς]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:

Ηαισθητοποίηση της έννοιας του αθροίσματος γωνιών τριγώνου, προτείνεται να γίνει με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το «Πειράματα με το άθροισμα γωνιών τριγώνου», στο Φωτόδεντρο: http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14350.

Αναλυτικότερες πληροφορίες για την εφαρμογή και τις δραστηριότητες που μπορεί να εμπλέξει τους μαθητές ο εκπαιδευτικός, υπάρχουν σε σύνδεσμο στο κάτω μέρος της εφαρμογής.

§§3.3 και 3.4 (Να διατεθούν 6 διδακτικές ώρες)

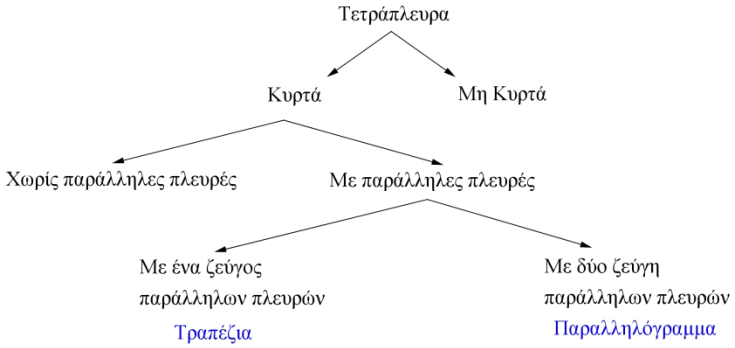
Οι μαθητές κατανοούν ότι τα παραλληλόγραμμα και τα τραπέζια είναι τετράπλευρα με συγκεκριμένες ιδιότητες. Προτείνεται να δοθούν κατάλληλες δραστηριότητες κατασκευής παραλληλογράμμου, ορθογωνίου κτλ. με λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας, με βάση αυτά που αναφέρθηκαν στην §3.1 με χρήση χειραπτικών και ψηφιακών μέσων και σχεδιασμού των υψών τους.

Το περιεχόμενο της ενότητας είναι 3.4 είναι νέο για τους μαθητές.

Προτείνεται η αιτιολόγηση των ιδιοτήτων να γίνει με χρήση των συμμετριών και οι μαθητές να χρησιμοποιήσουν τις ιδιότητες των παραλληλογράμμων σε κατασκευές.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Μπορεί να δοθεί η ακόλουθη ταξινόμηση των τετραπλεύρων:

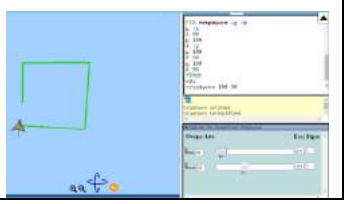


- Η διδασκαλία να γίνει με έμφαση α) στις κατασκευές από τις οποίες προκύπτουν οι ιδιότητες) β) διερεύνηση συμμετριών
- Παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 227 και παράδειγμα σ,. 230
- Ασκήσεις 2, 3, 6 σ. 231.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:

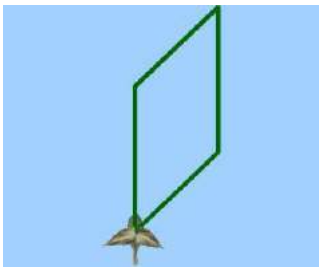
Με το μικροπείραμα στη 'Χελωνόσφαιρα' «Μια διαδικασία που κατασκευάζει πάντοτε τετράγωνα» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές μπορούν να πειραματιστούν με την κατασκευή τετραγώνου, χρησιμοποιώντας τον ορισμό του.

http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/9534



[Σχόλιο: Στόχος είναι ο ορισμός να αποκτήσει 'νόημα για τους μαθητές' μέσω της χρήσης του σε κατασκευές. Παρόμοια

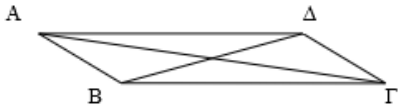
μικροπειράματα μπορούν να γίνουν και με άλλα παραλληλόγραμμα.]



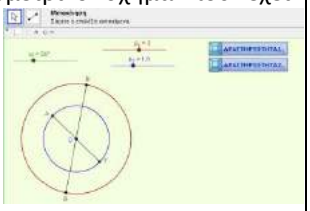
Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:
Με το μικροπείραμα στη 'Χελωνόσφαιρα' «Είδη παραλληλογράμμου και οι σχέσεις εγκλεισμού τους» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές μπορούν να διερευνήσουν τις σχέσεις εγκλεισμού των ειδών τετραπλεύρου.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/9586

Ενδεικτική δραστηριότητα 3η:
Να κατασκευάσετε με χρήση του χάρακα, του μοιρογνωμονίου και του διαβήτη (ή με χρήση λογισμικού) ένα παραλληλόγραμμο του οποίου οι πλευρές έχουν μήκη 5,1cm και 3,2cm και σχηματίζουν γωνία 52°.

Ενδεικτική δραστηριότητα 4η:
Να περιγράψετε τον τρόπο που κατασκευάστηκε με χρήση του χάρακα και του μοιρογνωμονίου (ή με χρήση λογισμικού) το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ στο οποίο οι διαγώνιες έχουν μήκη ΑΓ = 6cm, ΒΔ = 3,5cm και σχηματίζουν γωνία 66°.



[Σχόλιο: Στόχος των δύο παραπάνω δραστηριοτήτων είναι η εμβάθυνση στην έννοια της γεωμετρικής κατασκευής. Οι μαθητές α) δημιουργούν ένα γεωμετρικό σχήμα που έχει δεδομένες ιδιότητες και β) περιγράφουν τα βήματα της κατασκευής ενός δεδομένου γεωμετρικού σχήματος.]



Ενδεικτική δραστηριότητα 5η:
Για τη χρήση των ιδιοτήτων των παραλληλογράμμων μπορεί να χρησιμοποιηθεί το μικροπείραμα «Κατασκευή παραλληλογράμμων με ομόκεντρους κύκλους» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1911

Σημείωση: Μπορείτε να κατεβάσετε τις ψηφιακές δραστηριότητες και να τις ανοίξετε τοπικά με το αντίστοιχο λογισμικό.
Αν δεν έχετε εγκατεστημένο το λογισμικό, τότε, αν πρόκειται για αρχείο με κατάληξη .ggb, κατεβάστε και εγκαταστήστε το Geogebra από τη διεύθυνση https://www.geogebra.org/download ή, διαφορετικά, ψάξτε για το αντίστοιχο λογισμικό στη διεύθυνση http://photodentro.edu.gr/edusoft/.
Για να δείτε την προεπισκόπηση των ψηφιακών δραστηριοτήτων σε απευθείας σύνδεση (online), προτιμήστε τον φυλλομετρητή MozillaFirefox.

- Αν η εφαρμογή είναι σε flash θα πρέπει να εγκαταστήσετε το πρόσθετο Adobeflashplayer από τη διεύθυνση https://get.adobe.com/flashplayer/.
- Αν η εφαρμογή χρησιμοποιεί τη Java (π.χ. Geogebra), τότε εγκαταστήστε την από τη διεύθυνση http://java.com/en/. Αν συνεχίζετε να έχετε πρόβλημα στην προεπισκόπηση, τότε προσθέστε τις διευθύνσεις http://photodentro.edu.gr και http://digitalschool.minedu.gov.gr στο exceptionsitelist στην καρτέλα security της Java (ανοίξτε το ControlPanel, τη Java, στην καρτέλα security πατήστε Edit sitelist και προσθέστε τις δύο διευθύνσεις, κλείστε το browser και ξανανοίξτε τον).

Μαθηματικά Β΄ Τάξης Γυμνασίου

Διδακτικό Έτος 2018-2019

ΔΙΔΑΚΤΕΑ ΥΛΗ-ΟΔΗΓΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Από το βιβλίο **«Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου»** των Ιωάννη Βανδουλάκη, Χαράλαμπου Καλλιγά, Νικηφόρου Μαρκάκη, Σπύρου Φερεντίνου:

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφ. 7ο: Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί

7.7 Δεκαδική μορφή ρητών αριθμών.
7.8 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό
7.9 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο

Από το βιβλίο **«Μαθηματικά Β΄ Γυμνασίου»** των Παναγιώτη Βλάμου, Παναγιώτη Δρούτσα, Γεωργίου Πρέσβη, Κωνσταντίνου Ρεκούμη:

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφ. 1ο: ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

1.1 Η έννοια της μεταβλητής – Αλγεβρικές παραστάσεις
1.2 Εξισώσεις α' βαθμού
1.4 Επίλυση προβλημάτων με τη χρήση εξισώσεων

Κεφ. 2ο: ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

2.1 Τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού
2.2 Άρρητοι αριθμοί – Πραγματικοί αριθμοί
2.3 Προβλήματα

Κεφ. 3ο: ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

3.1 Η έννοια της συνάρτησης
3.2 Καρτεσιανές συντεταγμένες – Γραφική παράσταση συνάρτησης (χωρίς τις εφαρμογές 2 και 3).
3.3 Η συνάρτηση $y = \alpha \cdot x$
3.4 Η συνάρτηση $y = \alpha \cdot x + \beta$ (χωρίς τις υποπαραγράφους: «Η εξίσωση της μορφής « $\alpha \cdot x + \beta \cdot y = \gamma$ » και «Σημεία τομής της ευθείας $\alpha \cdot x + \beta \cdot y = \gamma$ με τους άξονες»).
3.5 Η συνάρτηση $y = \frac{\alpha}{x}$ – Η υπερβολή

Κεφ. 4ο: ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

4.1 Βασικές έννοιες της Στατιστικής: Πληθυσμός – Δείγμα
4.2 Γραφικές Παραστάσεις
4.5 Μέση τιμή – Διάμεσος (χωρίς την υποπαράγραφο: «Μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής»)

ΜΕΡΟΣ Β΄

Κεφ. 1ο: ΕΜΒΑΔΑ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ – ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

1.1 Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας
1.2 Μονάδες μέτρησης επιφανειών
1.3 Εμβαδά επίπεδων σχημάτων
1.4 Πυθαγόρειο θεώρημα

Κεφ. 2ο: ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ – ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

2.1 Εφαπτομένη οξείας γωνίας
2.2 Ημίτονο και συνημίτονο οξείας γωνίας (χωρίς την παρατήρηση β της σελίδας 143).

Κεφ. 3ο: ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΥΚΛΟΥ

3.1 Εγγεγραμμένες γωνίες
3.2 Κανονικά πολύγωνα
3.3 Μήκος κύκλου
3.5 Εμβαδόν κυκλικού δίσκου

Κεφ. 4ο: ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΤΕΡΕΑ – ΜΕΤΡΗΣΗ ΣΤΕΡΕΩΝ

4.2 Στοιχεία και εμβαδόν πρίσματος και κυλίνδρου
4.3 Όγκος πρίσματος και κυλίνδρου
4.4 Η πυραμίδα και τα στοιχεία της
4.6 Η σφαίρα και τα στοιχεία της

ΙΙ. Διαχείριση Διδακτέας ύλης

Οι παρακάτω οδηγίες έχουν στόχο να παρουσιάσουν κάποιες σημαντικές πλευρές για κάθε ενότητα και έτσι να υποστηρίξουν τον εκπαιδευτικό ώστε να σχεδιάσει τη διδασκαλία του και να επιλέξει υλικό. Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι ενδεικτική. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κ.λπ. Οι δραστηριότητες που περιέχονται προέρχονται από το πρόγραμμα σπουδών για το γυμνάσιο και τον οδηγό του εκπαιδευτικού τα οποία είναι συμπληρωματικά προς τα ισχύοντα και μπορούν να ανακτηθούν από τον ιστότοπο του ψηφιακού σχολείου (http://ebooks.edu.gr/new/ps.php).
Ταυτόχρονα κατεβλήθη προσπάθεια οι οδηγίες να εξειδικευθούν **ανά παράγραφο** με συγκεκριμένες διδακτικές προτάσεις που λαμβάνουν υπόψη τη συνοχή και εξέλιξη των διδασκόμενων εννοιών και μεθόδων, την ανάδειξη των σημαντικών ιδεών καθώς και τη διδακτική πρακτική.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφάλαιο 7ο Α΄ ΜΕΡΟΥΣ Μαθηματικών Α΄ Γυμνασίου (Να διατεθούν 10 ώρες)

Επανάληψη βασικών εννοιών (αρνητικοί αριθμοί, απόλυτη τιμή, αντίθετος αριθμού) και διαδικασιών (πράξεις) από τις προηγούμενες παραγράφους **(3 ώρες)**.

§§ 7.7, 7.8 και 7.9 (Να διατεθούν 7 ώρες και μέχρι την ολοκλήρωση τους δεν θα διδαχθεί η Γεωμετρία.)

Η διδασκαλία αυτών των παραγράφων προσφέρεται για ανάκληση προηγουμένων γνώσεων ενώ προετοιμάζεται η διδασκαλία των πρώτων κεφαλαίων τόσο της Άλγεβρας όσο και της Γεωμετρίας της Β΄ Γυμνασίου.
Κατά την διδασκαλία προτείνεται να δοθεί έμφαση στα παρακάτω:

- Φυσικοί αριθμοί, θετικά κλάσματα, θετικοί δεκαδικοί, Ακέραιοι, αρνητικά κλάσματα, Αρνητικοί δεκαδικοί.
- Διάταξη, πράξεις.
- Τοποθέτηση και αναγνώριση αριθμών (με δεκαδική ή κλασματική μορφή) στην ευθεία των ρητών

Είναι σημαντικό να αφιερωθεί χρόνος στην εξήγηση των ιδιοτήτων των δυνάμεων μέσα από παραδείγματα. Η απομνημόνευση των κανόνων είναι προτιμότερο να έρθει μέσα από τη χρήση τους και όχι από την αρχή της διδασκαλίας.
Είναι σημαντικό να αφιερωθεί χρόνος στη δικαιολόγηση των ορισμών των δυνάμεων με εκθέτη 0 ή αρνητικό, μέσα από την επιδίωξη να επεκτείνονται οι ιδιότητες των δυνάμεων. Αυτό μπορεί να γίνει με διερεύνηση των ίδιων των μαθητών μέσα από παραδείγματα (που περιέχονται στο βιβλίο ή άλλα).
Σχετικά με τις δυνάμεις, να συζητηθεί το γεγονός ότι μεταξύ δύο δυνάμεων με ίδια βάση, μεγαλύτερη του 1, μεγαλύτερη είναι η δύναμη που έχει το μεγαλύτερο εκθέτη (π.χ. $2,52 < (2,52)^2 < (2,52)^3$), ενώ συμβαίνει το αντίθετο, αν η βάση είναι μικρότερη του 1 (π.χ. $0,22 > (0,22)^2 > (0,22)^3$). Να γίνει χρήση του υπολογιστή τσέπης.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα:</u>
Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί το γινόμενο $3^4 \cdot 3^5$ είναι ίσο με τη δύναμη 3^9; Μπορείτε να γράψετε με μορφή μιας δύναμης το γινόμενο $2^3 \cdot 2^5$;

Μπορείτε να γράψετε με μορφή μιας δύναμης το γινόμενο $\alpha^{\kappa} \cdot \alpha^{\lambda}$;
Πως θα γράφατε το 5^8 ως γινόμενο δυνάμεων;
[Σχόλιο: Ο στόχος της δραστηριότητας είναι η διερεύνηση και η αιτιολόγηση (από τους μαθητές) της ιδιότητας $\alpha^{\kappa} \cdot \alpha^{\lambda} = \alpha^{\kappa+\lambda}$. Αντίστοιχες δραστηριότητες μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για τις υπόλοιπες ιδιότητες.]

Οι παράγραφοι 7.7, 7.8, 7.9 δεν αποτελούν εξεταστέα ύλη.

Κεφάλαιο 1ο (Να διατεθούν 13 ώρες)

§1.1 (Να διατεθούν 4 ώρες)

Να δοθεί προτεραιότητα σε ασκήσεις αλγεβρικής έκφρασης ποσοτήτων που είναι λεκτικά διατυπωμένες και αντιστρόφως. Στόχος είναι η εξοικείωση των μαθητών με διαδικασίες αλγεβρικής μοντελοποίησης οι οποίες δίνουν νόημα στην άλγεβρα αλλά μπορούν να υποστηρίζουν και την κατανόηση των διαδικασιών (όπως για παράδειγμα την επιμεριστική ιδιότητα). Επιπρόσθετα, οι μαθητές θα πρέπει να εμπλακούν σε δραστηριότητες που θα δίνουν νόημα στις αναγωγές ομοίων όρων και τις απλοποιήσεις αλγεβρικών παραστάσεων με χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας.

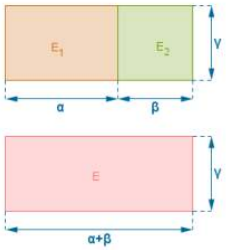
ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Η έννοια της μεταβλητής θα προσεγγιστεί περιγραφικά εξηγώντας τον ρόλο και την σημασία της. Ο προτεινόμενος από το διδακτικό βιβλίο ορισμός δεν αποτελεί αντικείμενο εξέτασης.
- Στην δραστηριότητα 1.1 της σελίδας 11 προτείνεται να προστεθούν ερωτήματα όπου δίνεται το κόστος του τηλεφωνήματος και ζητείται η διάρκεια του. Με αυτό τον τρόπο η αλγεβρική κατάστρωση συνδέεται με μια απλή εξίσωση.
- Στην δραστηριότητα 1.2 της σελίδας 12 προτείνεται να δοθούν και δεκαδικές τιμές στα α, β, γ ώστε να φανεί η αξία χρήσης της επιμεριστικής ιδιότητας για την οικονομία των πράξεων.
- Εφαρμογή 4 σ. 13. Να τονιστεί ότι η μόνη διαθέσιμη πληροφορία είναι ότι x+y=10 και πως η επιλογή της μεθόδου επίλυσης πρέπει να αξιοποιεί αυτό το δεδομένο.
- Ερώτηση κατανόησης 3 σ. 13. Να συζητηθεί η τεχνική απάντησης με δοκιμή αριθμών. Ειδικά ή χρήση εύκολων τιμών όπως του 0.
- Ασκήσεις 1, 2, 5, 6. Σ. 14. Στην άσκηση 5 να συμπεριληφθούν τιμές που υποδεικνύουν την αναγκαιότητα απλοποίησης. Ενδεικτικά α) x=1/4, y=1/8 β) α=7, β=5.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:</u>
Χρησιμοποιώντας σπίρτα κατασκευάζουμε ένα τετράγωνο (1ο σχήμα) και κατόπιν προσθέτουμε δίπλα του άλλο ένα τετράγωνο (2ο σχήμα), κι άλλο ένα τετράγωνο (3ο σχήμα), κοκ.

α) Να βρείτε πόσα σπίρτα χρειάζονται για 4 τετράγωνα, για 10 τετράγωνα, για 57 τετράγωνα;
[Σχόλιο: Ο στόχος της δραστηριότητας είναι η παραγωγή μιας αλγεβρικής παράστασης για να εκφραστεί ο γενικός όρος της κανονικότητας (ακολουθίας). Η διερεύνηση των μαθητών για τον αριθμό των σπίρτων που χρειάζονται για συγκεκριμένο και μικρό αριθμό τετραγώνων θα τους βοηθήσει να αναπτύξουν στρατηγικές (όπως η κατασκευή ενός πίνακα τιμών) η γενίκευση των οποίων θα οδηγήσει στη συμβολική διατύπωση του γενικού όρου (που είναι απαραίτητος για να βρεθεί ο αριθμός σπίρτων που χρειάζεται για μεγάλους αριθμούς τετραγώνων). Είναι αναμενόμενες και επιθυμητές οι διαφορετικές προσεγγίσεις των μαθητών, πχ. 1+3x, 4+3(x–1), 2x+x+1, κι αυτό μπορεί να είναι αφορμή συζήτησης για την ισοδυναμία αυτών των εκφράσεων.]

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2:</u>
Μικροπείραμα από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, για την κατανόηση της επιμεριστικής ιδιότητας του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση, μέσα από τη γεωμετρική της ερμηνεία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2245



§1.2 (Να διατεθούν 5 ώρες)

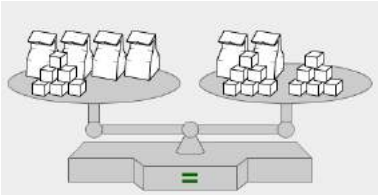
Στις εξισώσεις ο χωρισμός γνωστών από άγνωστους να μην γίνεται από

την αρχή με τον πρακτικό κανόνα «αλλάζω μέλος – αλλάζω πρόσημο», που μοιάζει μαγικός στο μαθητή και τον οδηγεί σε μηχανιστικούς και άνευ νοήματος χειρισμούς, αλλά με βάση τις ιδιότητες των πράξεων. Η ιδιότητα αυτή μπορεί να υποστηριχθεί με το μοντέλο της ζυγαριάς στην περίπτωση των θετικών αριθμών. Εξάλλου, οι σύγχρονες απόψεις για τη διδασκαλία της άλγεβρας, δίνουν έμφαση στο νόημα των αλγεβρικών εκφράσεων και στην δυνατότητα χειρισμού πολλαπλών αναπαραστάσεων, παράλληλα με την ανάπτυξη αλγοριθμικών δεξιοτήτων. Η διδασκαλία των εξισώσεων θα πρέπει να ξεκινάει από προβλήματα, τα οποία είναι δυσκολότερο να λυθούν με πρακτική αριθμητική και να επιλύονται εξισώσεις που είναι μοντέλα τέτοιων προβλημάτων. Έτσι, δεν έχει νόημα η διδασκαλία πολύπλοκων εξισώσεων που απαιτούν μεγάλη ευχέρεια στον αλγεβρικό λογισμό, όπως οι ασκήσεις 6, 7 και 9 (εξίσωση με παράμετρο).

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Να γίνει υπενθύμιση των χειρισμών (στους οποίους μπορεί να αναχθεί η επίλυση εξισώσεων):
    - Αν $x+\alpha=\beta$ τότε $x=\beta-\alpha$.
    - Αν $\alpha x=\beta$ και $\alpha\neq 0$ τότε $x=\beta/\alpha$.
    - Αν $x-\alpha=\beta$ τότε $x=\beta+\alpha$.
    - Αν $x/\alpha=\beta$, οπότε, βέβαια, $\alpha\neq 0$, και $\beta\neq 0$ τότε $x=\alpha\beta$.
- Επίσης να τονιστεί ότι αυτό που ονομάζεται μεταφορά αριθμού/μεταβλητής από ένα μέλος μιας εξίσωσης σε ένα άλλο έχει άμεση σχέση με
    - τους παραπάνω χειρισμούς,
    - το πώς συνδέεται ο αριθμός αυτός με τους υπόλοιπους και
    - με ποιες πράξεις.
- Επίσης καλό είναι να τονιστεί ότι όπως μπορούν να μεταφέρονται αριθμοί μπορούν να μεταφέρονται παραστάσεις
- Προτείνεται όπου είναι δυνατόν οι εξισώσεις να επιλύονται με βάση τους παραπάνω χειρισμούς.
- Εφαρμογές 1, 2, 3, 4 σελίδων 18-19.
- Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2, 2 σελίδας 20 (να τονιστεί η σημασία απάντησης με δοκιμή).
- Ασκήσεις 1, 2, 3, 4, 10, 11 σελίδων 20-21.
- Ως επέκταση των τεχνικών επίλυσης εξισώσεων να γίνουν η δραστηριότητα 1 της σ. 23 και η εφαρμογή της σ. 23.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:</u>



Στο διπλανό σχήμα όλα τα σακουλάκια έχουν το ίδιο βάρος, κάθε κυβάκι ζυγίζει 50 γρ. και η ζυγαριά ισορροπεί. Μπορείτε να βρείτε (χωρίς χαρτί και μολύβι) το βάρος που έχει κάθε σακουλάκι; Περιγράψτε τον τρόπο που λύσατε το πρόβλημα, πρώτα με λόγια και μετά με μαθηματικές σχέσεις.

[Σχόλιο: Μέσα από το μοντέλο της ζυγαριάς οι μαθητές μπορούν να εξερευνήσουν τόσο τις ιδιότητες της ισότητας (ότι η ισότητα – ισορροπία δεν αλλάζει αν κάνουμε τη ίδια πράξη – δράση και στα δύο μέλη), όσο και τη διαδικασία επίλυσης της εξίσωσης. Είναι σημαντικό η εξερεύνηση αυτή να γίνει από τους ίδιους τους μαθητές μέσα από το νοητικό πείραμα με τη ζυγαριά (χωρίς χαρτί και μολύβι) και κατόπιν να διατυπωθεί συμβολικά από τους ίδιους. Είναι πιθανό κάποιοι μαθητές να λύσουν το πρόβλημα με δοκιμές, εφόσον αυτή η μέθοδος είναι πιο προσιτή στον άπειρο λύτη και πιο κοντά στην καθημερινή εμπειρία. Με κατάλληλη μετατροπή των δεδομένων (πχ. ένα κυβάκι λιγότερο στον ένα από τους δίσκους)μπορεί να φανεί ότι αυτή η μέθοδος δεν είναι πάντα εύχρηστη]

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:</u>

Να κατασκευάσετε μια εξίσωση με άγνωστο και στα δύο μέλη, η οποία να έχει για λύση τον αριθμό –4.

[Σχόλιο: Η κατασκευή εξίσωσης με γνωστή λύση υποστηρίζει την κατανόηση της έννοιας της εξίσωσης και της λύσης της. Θα μπορούσαν να αξιοποιηθούν και παραλλαγές αυτής της δραστηριότητας με περισσότερους περιορισμούς, όπως πχ να έχει άγνωστο μόνο στο πρώτο

μέλος και το δεύτερο μέλος να είναι ίσο με 5, κοκ.]

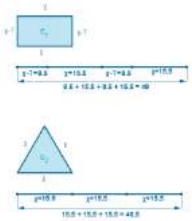
Ενδεικτική δραστηριότητα 3η:
Με το μικροπείραμα «Αναπαράσταση και επίλυση εξίσωσης στο ζυγό» από τα Φωτόδεντρο οι μαθητές διερευνούν μέσα από την αναπαράσταση στο ζυγό την επίλυση μιας εξίσωσης:
http://photodentro.edu.gr/aggregator/lo/photodentro-lor-8521-5514

§1.4 (Να διατεθούν 4 ώρες)

Όπως φαίνεται και από τα παραπάνω, τα προβλήματα είναι η σημαντικότερη αφετηρία δημιουργίας και επίλυσης εξισώσεων στο πλαίσιο της διδασκαλίας του Γυμνασίου. Η υποστήριξη των μαθητών ώστε να εμπλακούν επιτυχώς με αυτά είναι σημαντικός στόχος.
Αντί για την αυτόνομη διδασκαλία αυτής της ενότητας, ο εκπαιδευτικός θα μπορούσε να σχεδιάσει τη διδασκαλία του ώστε να προβλήματα να είναι πάντα μέσα στη συζήτηση ολόκληρου του κεφαλαίου των εξισώσεων, αφιερώνοντας τις 8 ώρες στην ενιαία διαπραγμάτευση των παραγράφων 1.2 και 1.4.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα 1 σ. 26
- Εφαρμογές 1, 2 σ, 27 και 3, 4 σ. 28.
- Ασκήσεις 1, 2, 3, 4, 7.
- Επισημαίνεται ότι η εμπέδωση των εξισώσεων διατρέχει όλη την ύλη ιδιαίτερα τα Β.1.1, Β1.2, Β1.3.



Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:
Να κατασκευάσετε ένα πρόβλημα που λύνεται με την εξίσωση 15=2x-7.
[Σχόλιο: Στόχος της δραστηριότητας είναι η κατασκευή προβλήματος που μοντελοποιείται από γνωστή εξίσωση. Αυτή η διαδικασία είναι σημαντική στην εξοικείωση των μαθητών με την μοντελοποίηση καταστάσεων και προβλημάτων μέσω εξισώσεων.]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:
Η άσκηση 2 του σχολικού βιβλίου πριν την αλγεβρική της επίλυση προτείνεται να διερευνηθεί πρώτα, με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων με το μικροπείραμα «Ισότητα εμβαδών (Ορθογώνιο-Ισόπλευρο)», από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2316.

Κεφάλαιο 2ο (Να διατεθούν 7 ώρες)

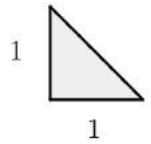
Το περιεχόμενο του κεφαλαίου είναι νέο για τους μαθητές και υπάρχουν πολλές πτυχές που είναι πηγή δυσκολιών (δεκαδική αναπαράσταση αρρήτων, έννοια πραγματικών αριθμών, κ.ο.κ.).

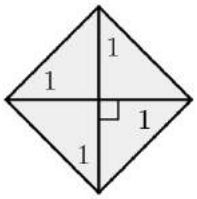
§2.1 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Η παράγραφος αυτή θα πρέπει να διδαχθεί αμέσως μετά τη διδασκαλία της §1.4 (Πυθαγόρειο Θεώρημα) της Γεωμετρίας.

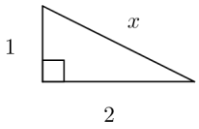
ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Η αφόρμηση για την εισαγωγή της έννοιας της τετραγωνικής ρίζας θα γίνει από το πυθαγόρειο θεώρημα:
- Δραστηριότητα: Οι εφαρμογές 3, 4 σ. 42.
- Μετά τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας και τα κατάλληλα αριθμητικά παραδείγματα να γίνει ιδιαίτερη μνεία στην $\sqrt{2}$ με τις εξής δύο αναπαραστάσεις:





- Στα παραδείγματα υπολογισμού να δοθεί και το ακόλουθο:



- Ασκήσεις 1, 2, 3 σ. 43 και 5, 7, 12, 13, 14 σ. 44

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα:</u>
Μια μικρή αίθουσα του σχολείου μας έχει δάπεδο σχήματος τετραγώνου πλευράς 4 m. Μια άλλη αίθουσα έχει επίσης δάπεδο σχήματος τετραγώνου, αλλά διπλάσιου εμβαδού. Πόσο είναι το μήκος της πλευράς του δαπέδου της δεύτερης αίθουσας;
[Σχόλιο: Μέσα από αυτό το πρόβλημα (ή άλλα παρόμοια) μπορεί να αναδειχθεί η ανάγκη χρήσης τετραγωνικών ριζών και η διερεύνηση της ύπαρξης αριθμών που δεν είναι ρητοί. Η αναζήτηση της πλευράς ώστε το εμβαδόν της αίθουσας να είναι $32m^2$, μπορεί να γίνει με υπολογιστή, ώστε να διευκολυνθεί η προσπάθεια διαδοχικών προσεγγίσεων. Η επιδίωξη είναι να πιθανολογήσουν οι μαθητές ότι αυτή η διαδικασία «δεν θα τελειώσει ποτέ» και να οδηγηθούν στην ιδέα του αριθμού που μετά την υποδιαστολή έχει άπειρα ψηφία μη περιοδικά. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού στη φάση της διερεύνησης είναι να θέτει ερωτήματα που θα οδηγήσουν τις αναζητήσεις και τη συζήτηση στα παραπάνω. Μετά από τη διερεύνηση, θα χρειαστεί να αναλάβει ο ίδιος κάποιο μέρος από τη ρητή διατύπωση εννοιών (τετραγωνική ρίζα, άρρητος), των χαρακτηριστικών τους και των μαθηματικών συμβολισμών, αφού δεν μπορεί αυτά να αναμένονται εξ ολοκλήρου από τους μαθητές.]

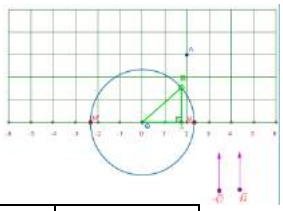
§§2.2 και 2.3 (Να διατεθούν 4 ώρες)

Προτείνεται να συζητηθούν στην τάξη θέματα σχετικά με βασικές ιδιότητες συνέχειας των πραγματικών και της ευθείας, με απλά ερωτήματα όπως: «Ποιος είναι ο μικρότερος θετικός πραγματικός;», «Ποιος είναι ο 'επόμενος' πραγματικός του 1;», «Μπορούμε πάντα να βρίσκουμε έναν ρητό/άρρητο ανάμεσα σε δύο άλλους;». Η παράγραφος 2.3 δεν θα διδαχτεί αυτόνομα, αλλά τα προβλήματα που περιέχονται στην 2.3 είναι χρήσιμο να αποτελέσουν δραστηριότητες κατά τη διδασκαλία της παρούσας παραγράφου 2.2 αλλά και του πυθαγορείου θεωρήματος.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Τα ουσιώδη σημεία των παραγράφων είναι:
  - Η αναφορά ότι υπάρχουν άρρητοι αριθμοί.
  - Η προσέγγιση του √2 στη σελίδα 45.
  - Η συμπλήρωση της ευθείας των ρητών με άρρητους αριθμούς στην εφαρμογή 3 σ. 45.
- Μετά την πραγμάτευση των παραπάνω μπορούν να γίνουν οι ερωτήσεις κατανόησης της σ. 48 και το πρόβλημα 4 της σ. 50.
- Ασκήσεις 4 σ. 48 (αφού προηγηθεί στην τάξη η επίλυση της $x^2=16$) και 1, 4, 6 σ. 51.

Ενδεικτική δραστηριότητα:



Η εφαρμογή 4 του σχολικού βιβλίου προτείνεται να διερευνηθεί με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, με το μικροπείραμα «Η θέση άρρητων αριθμών στον άξονα» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:

πλευρές πολυγώνου βάσης (ν)	3	4	5	6
αριθμός κορυφών (Κ)				
αριθμός ακμών (Α)				
αριθμός εδρών (Ε)				

http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5496

Κεφάλαιο 3ο (Να διατεθούν 18 ώρες)

Παρά το ότι οι μαθητές έχουν διδαχθεί τα ανάλογα και τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά στο δημοτικό σχολείο, η έννοια της συνάρτησης, και οι πολλαπλές αναπαραστάσεις της (λεκτική διατύπωση, γραφική παράσταση, αλγεβρικός τύπος, πίνακας τιμών) δεν έχουν γίνει μέχρι τώρα αντικείμενο συστηματικής διαπραγμάτευσης.

§3.1 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Η χρήση γράμματος ως μεταβλητής και όχι μόνο ως άγνωστου σε μια εξίσωση είναι κάτι που δεν έχει γίνει επαρκώς αντικείμενο συζήτησης μέχρι τώρα. Για το σκοπό αυτό είναι χρήσιμη τόσο η δημιουργία αλγεβρικών τύπων συναρτήσεων από λεκτικές διατυπώσεις ποσοτήτων, όσο και η συμπλήρωση τιμών σε πίνακα (με αντικατάσταση αριθμητικών τιμών στον τύπο). Έμφαση θα πρέπει να δοθεί στη συμμεταβολή μεγεθών που οδηγεί στην έννοια της συνάρτησης, μέσα από παραδείγματα διαφορετικών συναρτήσεων.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

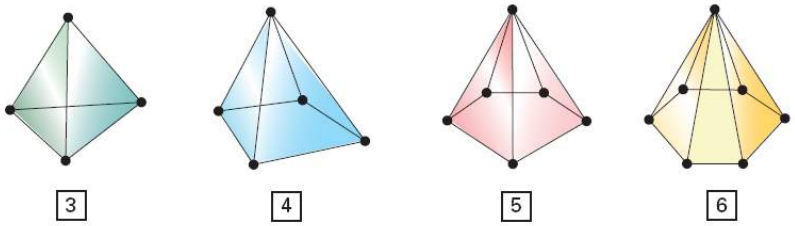
- Να ξεκινήσει η διδασκαλία της παραγράφου με την εφαρμογή 2 σ. 56 όπου θα εξηγηθούν οι έννοιες *συνάρτηση*, *πίνακας τιμών*.
- Στη συνέχεια μπορεί να γίνει η εφαρμογή 1 σ. 56 και να συζητηθεί η ερώτηση κατανόησης 3 της σελίδας 56.
- Ασκήσεις: 5, 6 σ. 57.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Τα σχήματα απεικονίζουν πυραμίδες με βάση τρίγωνο, τετράπλευρο, πεντάγωνο και εξάγωνο. Φανταστείτε ότι συνεχίζουμε να αυξάνουμε τον αριθμό των πλευρών της βάσης των πυραμίδων. Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα:

Μπορείτε να βρείτε τους αριθμούς Κ, Α και Ε για μια πυραμίδα που έχει ως βάση:

α) 7-γωνο, β) 10–γωνο, γ) 27–γωνο;



Βρείτε τον αριθμό Κ+Ε–Α για καθεμιά από τις πυραμίδες. Τι παρατηρείτε; Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό;

[Σχόλιο: Μέσα από το γεωμετρικό πλαίσιο του προβλήματος δίνεται η δυνατότητα στους μαθητές να διερευνήσουν κανονικότητες (ακολουθίες), να βρουν το γενικό όρο και να δικαιολογήσουν τα συμπεράσματά τους. Επιπλέον, δίνεται η αφορμή για δημιουργία απλών αλγεβρικών παραστάσεων και αναγωγές ομοίων όρων (στο τελευταίο ερώτημα). Ενώ η εύρεση των Κ, Α και Ε για 7–γωνο και 10–γωνο είναι εύκολες αριθμητικές διαδικασίες που

εξοικειώνουν με το πρόβλημα, τα υπόλοιπα ερωτήματα βοηθούν στην ανάδειξη της αξίας της άλγεβρας και ειδικότερα των συναρτήσεων. Επειδή το πεδίο ορισμού είναι οι φυσικοί, δηλαδή το πλαίσιο είναι διακριτό και όχι συνεχές, είναι πιο οικείο για τους μαθητές, συνεπώς μπορεί να αξιοποιηθεί για την εισαγωγή στις συναρτήσεις.]

§3.2 (Να διατεθούν 5 ώρες)

Είναι η πρώτη φορά στην τυπική εκπαίδευση που οι μαθητές έρχονται σε επαφή με το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων και καλό είναι να υπάρξει μια εισαγωγική συζήτηση γι' αυτό ως τρόπου προσδιορισμού της θέσης.

Η έμφαση κατά τη διδασκαλία της παραγράφου θα πρέπει να δοθεί στις πολλαπλές αναπαραστάσεις της συνάρτησης: λεκτική, γεωμετρική (γραφική παράσταση), αριθμητική (πίνακας τιμών) και αλγεβρική (τύπος). Η εστίαση μόνο στον τύπο και τους αλγεβρικούς μετασχηματισμούς του δεν συμβάλλει στην κατανόηση της έννοιας της συνάρτησης. Αντίθετα, η εμπλοκή όλων των αναπαραστάσεων και η ανάπτυξη της ικανότητας μεταφράσεων μεταξύ τους είναι σημαντικός στόχος. Έτσι, καλό είναι να δοθούν ασκήσεις και προβλήματα με γραφικές παραστάσεις τις οποίες θα πρέπει οι μαθητές να "διαβάσουν" για να βρουν ποιες τιμές του y αντιστοιχούν σε δεδομένες τιμές του x και αντιστρόφως. Τέτοιες είναι η ερώτηση 5, η καμπύλη θερμοκρασίας ενός τόπου (βλ. παρακάτω ενδεικτική δραστηριότητα) και άλλες που μπορούν να αναζητηθούν στο διαδίκτυο.

Επίσης, επειδή μια συχνή παρανόηση είναι ότι όλα τα συμμεταβαλλόμενα ποσά είναι ανάλογα (ή και αντιστρόφως ανάλογα), είναι σημαντική η ανάδειξη συναρτήσεων (και αντίστοιχων συμμεταβαλλόμενων ποσών) που δεν αντιστοιχούν σε ποσά ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα. Για παράδειγμα, προτείνεται να συζητηθεί η άσκηση 10 κατάλληλα εμπλουτισμένη ώστε να φανεί η περίπτωση της τετραγωνικής συνάρτησης (θα μπορούσε να ζητηθεί η απόσταση για 5 και 10 s και μετά ο τύπος της για να συζητηθεί η γραφική παράσταση.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- *Στην παράγραφο αυτή συνιστάται η χρήση χιλιοστομετρικού χαρτιού.*

Προτείνονται τα ακόλουθα περιεχόμενα κατά σειρά:

- Δραστηριότητα 1.
- Εφαρμογές 1, 2, 3 σ. 63. Στην εφαρμογή 3 ο τύπος της απόστασης δύο σημείων δεν χρειάζεται να απομνημονευτεί. Οι εφαρμογές 2, 3 νοηματοδοτούν γεωμετρικά τις συντεταγμένες και τις συνδέουν με βασικές έννοιες (συμμετρία, απόσταση, Πυθαγόρειο θεώρημα).
- Δραστηριότητα 2 σ. 60. Επισημαίνεται ότι μπορεί να αξιοποιηθεί η συμμετρία για την επιλογή τιμών και οικονομία στους υπολογισμούς.
- Με καθοδήγηση-συντονισμό του διδάσκοντος μπορούν να γίνουν στην τάξη οι ερωτήσεις κατανόησης 1, 2, 3, 4 σ. 65.
- Δραστηριότητα 4 της σ. 63.
- Για να μη μείνουν οι μαθητές με την εσφαλμένη εντύπωση ότι μερικές τιμές μπορούν, χωρίς άλλες πληροφορίες να οδηγήσουν στον προσδιορισμό μιας συνάρτησης και της γραφικής της παράστασης μπορεί να γίνει η ακόλουθη δραστηριότητα: Οι τιμές μια συνάρτησης δίνονται από τον πίνακα:

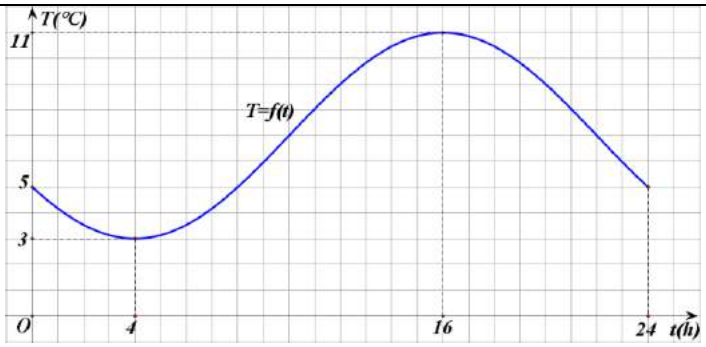
x	1	2	3
y	1	2	3

Α) Να κάνετε την γραφική της παράσταση.

Β) Ποια είναι η τιμή του *y* για *x=4.* Επαληθεύει η συνάρτηση *y=x* τον παραπάνω πίνακα τιμών; Μπορούμε να πούμε το ίδιο για την συνάρτηση y=x+(x-1)(x-2)(x-3);

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:</u>

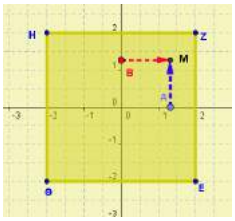
Η παρακάτω γραφική παράσταση δείχνει τη θερμοκρασία Τ (σε βαθμούς Κελσίου) ενός τόπου κατά τη διάρκεια ενός 24ώρου.



α) Ποια είναι η ελάχιστη και ποια η μέγιστη θερμοκρασία; Ποια ώρα του 24ώρου συμβαίνουν; Ποια σημεία της γραφικής παράστασης δείχνουν την ελάχιστη και τη μέγιστη θερμοκρασία;
β) Ποια είναι η θερμοκρασία στις 2 τη νύχτα, στις 2 το μεσημέρι και στις 11 το βράδυ; Ποια ώρα η θερμοκρασία είναι 6°C;
γ) Τι εκφράζει με βάση το πρόβλημα το σημείο (20,9) της γραφικής παράστασης;
δ) Ποιες άλλες πληροφορίες μπορούμε να αντλήσουμε από αυτή τη γραφική παράσταση;
[Σχόλιο: Ο στόχος της δραστηριότητας είναι η ερμηνεία της γραφικής παράστασης. Το πρόβλημα και η εξοικείωση των μαθητών με τέτοιου είδους εικόνες από την καθημερινή και τη σχολική τους ζωή, αναμένεται να διαμορφώσουν ένα πρόσφορο πλαίσιο για τη διερεύνηση εννοιών όπως γραφική παράσταση, ανεξάρτητη και εξαρτημένη μεταβλητή, διατεταγμένο ζεύγος και (χωρίς τη χρήση της ορολογίας) πεδίο ορισμού και σύνολο τιμών.]

Ενδεικτική δραστηριότητα $2^{η}$:
Για τις συναρτήσεις με τύπους: $y_1 = 5 + 2x$, $y_2 = x^2$ και $y_3 = 2^x$, κατασκευάστε πίνακες τιμών για τις τιμές 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 του x. Εξετάστε τον τρόπο που αυξάνεται το y_1 όταν το x αυξάνεται κατά μια μονάδα (από το 0 στο 1, από το 1 στο 2, από το 2 στο 3 κοκ). Κάνετε το ίδιο για το y_2 και το y_3. Τι παρατηρείτε;
Σχεδιάστε τις γραφικές παραστάσεις των τριών συναρτήσεων. Με ποιον τρόπο οι προηγούμενες παρατηρήσεις σας (για τον «ρυθμό αύξησης» των y) φαίνονται στις γραφικές παραστάσεις;
[Σχόλιο: Μέσα από τη σύγκριση διαφορετικών συναρτήσεων οι μαθητές μπορούν να αντλήσουν συμπεράσματα για το ρυθμό μεταβολής (σταθερός για την ευθεία και μη σταθερός για την τετραγωνική και την εκθετική συνάρτηση) και να συνδέσουν αυτά τα συμπεράσματα με τη μορφή των γραφικών παραστάσεων (ευθεία ή καμπύλη).]

Ενδεικτική δραστηριότητα $3^{η}$:
Η εισαγωγή στην έννοια της απεικόνισης σημείων στο καρτεσιανό επίπεδο προτείνεται να μελετηθεί με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το μικροπείραμα «Δραστηριότητες με συντεταγμένες» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2024



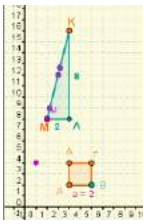
§3.3 (Να διατεθούν 4 ώρες)
Το σχόλιο 1 της §2.1 του Β΄ Μέρους (σελ. 137) να αναφερθεί στη διδασκαλία της παραγράφου αυτής.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:
- Δραστηριότητα 1 σ. 67.
- Να αναδειχθεί για τα ανάλογα ποσά το κριτήριο y/x=σταθ.
- Δραστηριότητα 2 σ. 68.
- Εφαρμογές 1, 2, 3, 4 σ. 69.
- Ασκήσεις 1, 2, 3, 4, 8 σ. 71.

Ενδεικτική δραστηριότητα $1^{η}$:
Το 60% της μάζας του μοσχαρίσιου κρέατος είναι νερό. Με βάση αυτή την πληροφορία συμπληρώστε τον πίνακα:

μάζα κρέατος σε Kg (x)	2	6	8		20	
μάζα νερού σε Kg (y)				6		

Είναι η "μάζα κρέατος" (x) και η "μάζα νερού" (y) ποσά ανάλογα; Ποια σχέση συνδέει τα δύο ποσά; Ποιες τιμές μπορεί να πάρει η μεταβλητή x; Κατασκευάστε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης, περιγράψτε και εξηγήστε τα χαρακτηριστικά της (πχ. το σχήμα της, κάποια σημεία της κλπ).
[Σχόλιο: Μέσα από ένα ρεαλιστικό πλαίσιο εισάγεται η γραμμική συνάρτηση και συζητούνται τα χαρακτηριστικά της.]



Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:
Η δραστηριότητα 1 του σχολικού βιβλίου προτείνεται να διερευνηθεί με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, με το μικροπείραμα «Συναρτησιακή σχέση πλευράς τετραγώνου και περιμέτρου του» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2178

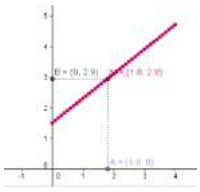
§3.4 (Να διατεθούν 4 ώρες)

Να μη διδαχθούν οι υποπαράγραφοι «η εξίσωση $\alpha x+\beta y=\gamma$» και «σημεία τομής της ευθείας $\alpha x+\beta y=\gamma$ με τους άξονες» και οι αντίστοιχες ερωτήσεις κατανόησης και ασκήσεις.

Να δοθεί έμφαση σε προβλήματα που μοντελοποιούνται με γραμμικές συναρτήσεις και σε ερωτήματα που οδηγούν σε εξίσωση και ανίσωση και μπορούν να λυθούν μέσω αναπαραστάσεων της συνάρτησης (δηλαδή είτε με πίνακα τιμών, είτε με γραφική ή γραφικές παραστάσεις, είτε με τους τύπους που οδηγούν σε εξίσωση ή ανίσωση). Επειδή η αλγεβρική επίλυση ανίσωσης διδάσκεται στην Γ΄ Γυμνασίου, μέσα από τις συναρτήσεις μπορεί να αναδειχθεί η γραφική επίλυση ανισώσεων.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα 1 σ. 72
- Δραστηριότητα 2. σ. 73.
- Εφαρμογή 1 σ. 74.
- Εφαρμογή 2 σ. 75.
- Ερωτήσεις κατανόησης 1-5 σ. 76-77.
- Ασκήσεις 3, 4, 2, 9 (οι ασκήσεις 2 & 9 μας προετοιμάζουν για συναρτήσεις όπου η ανεξάρτητη μεταβλητή *x* δεν παίρνει όλες τις πραγματικές τιμές).



Ενδεικτική δραστηριότητα:
Η άσκηση 5 του σχολικού βιβλίου προτείνεται να διερευνηθεί με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, με το μικροπείραμα «Κόστος χρήσης του ταξί» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2121

§3.5 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Να δοθεί έμφαση σε προβλήματα που μοντελοποιούνται με τη συνάρτηση $y=\frac{\alpha}{x}$ και σε ερωτήματα που οδηγούν σε εξίσωση και ανίσωση οι οποίες μπορούν να λυθούν μέσω αναπαραστάσεων της συνάρτησης (δηλαδή είτε με πίνακα τιμών, είτε με γραφική ή γραφικές παραστάσεις, είτε με τους τύπους που οδηγούν σε εξίσωση ή ανίσωση). Τέτοια προβλήματα είναι οι ασκήσεις 4, 5.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα 1 σ. 79.
- Δραστηριότητα 2 σ. 80.
- Ερωτήσεις κατανόησης 1, 3 σ. 81.
- Άσκηση 5. σ. 82.

Ενδεικτική δραστηριότητα:
Για ένα ορθογώνιο οικόπεδο γνωρίζουμε ότι έχει εμβαδόν 240m^2, αλλά δεν γνωρίζουμε τις διαστάσεις του.

Αν το μήκος είναι 20m, πόσο είναι το πλάτος του; Πόσο μεγάλο και πόσο μικρό μπορεί να είναι το μήκος; Να εξετάσετε αν οι διαστάσεις του είναι ανάλογα ποσά.
Αν το μήκος είναι x και το πλάτος ψ μπορείτε να εκφράσετε το ψ ως συνάρτηση του x;
Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης. Από τη γραφική παράσταση μπορείτε να προσδιορίσετε τις διαστάσεις, ώστε το οικόπεδο να είναι τετράγωνο;
[Σχόλιο: Με το πρόβλημα αυτό γίνεται εισαγωγή στην υπερβολή και τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά μέσα από αριθμητικά δεδομένα, τον τύπο και τη γραφικά παράσταση συγχρόνως. Αναμένεται οι μαθητές μέσα από τη διερεύνησή τους να καταλήξουν στα κυριότερα συμπεράσματα σχετικά με την υπερβολή.]

Κεφάλαιο 4ο (Να διατεθούν 8 ώρες)

Οι μαθητές έχουν, ήδη, επεξεργαστεί στο Δημοτικό σχολείο δεδομένα (ταξινόμηση, αναπαράσταση δεδομένων και υπολογισμό του μέσου όρου) και έχουν εμπειρίες από γραφικές αναπαραστάσεις δεδομένων. Το νέο στο κεφάλαιο αυτό είναι οι έννοιες του πληθυσμού, του δείγματος και της διαμέσου. Στο κεφάλαιο αυτό θα μπορούσαν οι ίδιοι οι μαθητές να εμπλακούν στη συλλογή και επεξεργασία δεδομένων καθώς και στην ερμηνεία γραφικών παραστάσεων αναφορικά με θέματα που ενδιαφέρουν τους ίδιους.

§§4.1, 4.2 και 4.5 (Να διατεθούν 8 ώρες)

Να μη διδαχθεί η υποπαράγραφος «μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής» και οι ασκήσεις 6, 7 και 8. Επιπλέον, επειδή οι κατανομή συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων δεν περιλαμβάνεται στη διδακτέα ύλη, πρέπει να γίνει κατάλληλη επιλογή των ασκήσεων.
Αντίθετα, πρέπει να δοθεί έμφαση στην ερμηνεία της μέσης τιμής και της διαμέσου καθώς και στη σύγκριση μεταξύ των δύο αυτών μέτρων θέσης.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- *Τονίζεται ότι τι κεφάλαιο της Στατιστικής προσφέρεται για:*
    - *εφαρμογές ομαδοσυνεργατικής μεθόδου.*
    - *εκπόνηση συνθετικών δημιουργικών εργασιών.*
    - *ως εργαλείο για συνθετικές δημιουργικές εργασίες άλλων μαθημάτων.*
- Δραστηριότητα 1 σ. 85. Με αφορμή το ερώτημα γ0 μπορεί να συζητηθεί η σημασία επιλογής του δείγματος.
- Οι έννοιες πληθυσμός, μεταβλητή, δείγμα, δειγματοληψία, δημοσκόπηση, μέγεθος δείγματος, αντιπροσωπευτικότητα μπορούν να εξηγηθούν αλλά δεν αποτελούν ορισμούς για γραπτή η προφορική εξέταση.
- Άσκηση 9 σ. 88. Μπορεί να αποτελέσει την βάση για μια μικροέρευνα στην διεξαγωγή της οποίας μετέχει όλο το τμήμα. Μπορεί επίσης να αξιοποιηθεί για την διδασκαλία της παραγράφου 4.2.
- Δραστηριότητα 1 σ. 89.
- Αφού πραγματευτούν τα διαγράμματα μπορεί εφ' όσον υπάρχει η δυνατότητα να χρησιμοποιηθεί και λογιστικό φύλλο για την κατασκευή κάποιων από αυτά.
- Ερώτηση κατανόησης 2 σ. 93 (η οποία υποδεικνύει την ανάκτηση πληροφορίας από διαγράμματα και ανακαλεί την έννοια της αναλογίας).
- Δραστηριότητα 1 σ. 104.
- Στη συνέχεια να γίνει η δραστηριότητα 2 της σ. 104 αφού αναδιατυπωθεί ως εξής:

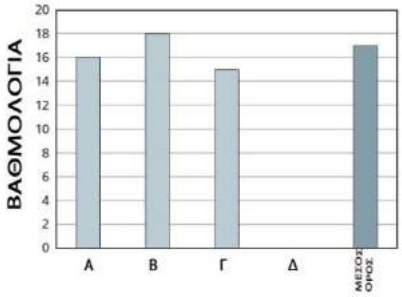
Οι μηνιαίες αποδοχές εννέα εργαζομένων μιας επιχείρησης είναι (σε ευρώ):
700, 600, 2900, 950, 700, 800, 700, 2100, 900
α) Να βρείτε τη μέση τιμή των αποδοχών των εργαζομένων.
β) Να διατάξετε τους μισθούς (αποδοχές) κατά αύξουσα σειρά.
γ) Να βρείτε το «μεσαίο» μισθό.
δ) Να συγκρίνετε τον «μεσαίο» μισθό με την μέση τιμή. Να συζητηθεί το αποτέλεσμα της σύγκρισης.

- Άσκηση 4. σ. 109.
- Επίσης να δοθεί σαν άσκηση η εύρεση της μέσης τιμής και της διαμέσου των παρακάτω δειγμάτων:
    - 2., 2, 6, 10, 10

- 2, 4, 6, 8, 10

Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:

Η Μαρία έχει γράψει στα Μαθηματικά τέσσερα τεστ. Το ραβδόγραμμα παρουσιάζει την βαθμολογία της στα τεστ Α, Β και Γ καθώς επίσης και τον μέσο όρο όλων των τεστ (η τελευταία σκούρα ράβδος).



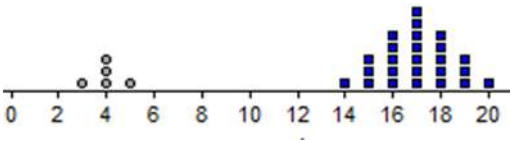
α) Να σχεδιάσετε πάνω στο ίδιο διάγραμμα και δίπλα στη βαθμολογία της Μαρίας, τη βαθμολογία που έχει σε κάθε τεστ ένας άλλος μαθητής ο Γιάννης, αν γνωρίζετε ότι: οι βαθμοί του και στα τέσσερα τεστ ήταν ίσοι μεταξύ τους και ο Γιάννης και η Μαρία έχουν τον ίδιο μέσο όρο.

β) Με βάση το νέο διάγραμμα που φτιάξατε, μπορείτε να σχεδιάσετε την βαθμολογία που έχει η Μαρία στο τεστ Δ; Εξηγήστε τον τρόπο που σκεφτήκατε.

[Σχόλιο: Ο στόχος της δραστηριότητας είναι η ανάδειξη της έννοιας της μέσης τιμής ως «δίκαιη μοιρασιά». Δεν είναι η αλγεβρική εύρεση της μέσης τιμής, εξάλλου αυτή η δραστηριότητα θα μπορούσε να γίνει ως εισαγωγή στη μέση τιμή. Αρκετές πληροφορίες για τη διδασκαλία των στοχαστικών μαθηματικών στο γυμνάσιο μπορούν να αντληθούν από τον οδηγό του εκπαιδευτικού των προγραμμάτων σπουδών που είναι συμπληρωματικά προς τα ισχύοντα (στην ιστοσελίδα http://ebooks.edu.gr/new/ps.php).]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:

Σε μία τάξη 30 μαθητών οι μαθητές έχουν γράψει τεστ και οι βαθμολογίες τους είναι όπως δείχνει το παρακάτω σημειόγραμμα. Για παράδειγμα, τρεις μαθητές απ' όλη την τάξη έχουν γράψει 15 και ένας μαθητής μόνον έχει γράψει 20.



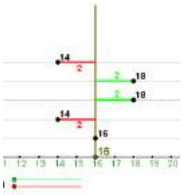
α) Προτείνετε τρόπους με τους οποίους θα προσδιοριστεί η μέση τιμή της βαθμολογίας της ομάδας Α (γκρι κυκλάκια στο διάγραμμα), που για διάφορους λόγους είχε χαμηλή βαθμολογία στο τεστ. Ομοίως για την μέση τιμή της βαθμολογίας της ομάδας Β (μπλε τετραγωνάκια στο διάγραμμα)

β) Προτείνετε τρόπους για τον προσδιορισμό της μέσης τιμής της βαθμολογίας για όλη την τάξη στο τεστ αυτό.

[Σχόλιο: Οι μαθητές διερευνούν το παρακάτω πρόβλημα και προσπαθούν να το αντιμετωπίσουν με πολλούς και διαφορετικούς τρόπους. Ο στόχος είναι η διαμόρφωση καλύτερης κατανόησης της μέσης τιμής, του τι εκφράζει και των τρόπων που μπορεί να υπολογιστεί.]

Ενδεικτική δραστηριότητα 3η:

Για εμβάθυνση στις έννοιες της μέσης τιμής και της διαμέσου, προτείνεται να διερευνηθούν μέσω αναπαραστάσεών τους, με το μικροπείραμα «Ο βαθμός της Έλενας» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία: http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5329



ΜΕΡΟΣ Β΄

Κεφάλαιο 1ο (Να διατεθούν 14 διδακτικές ώρες)

§1.1 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

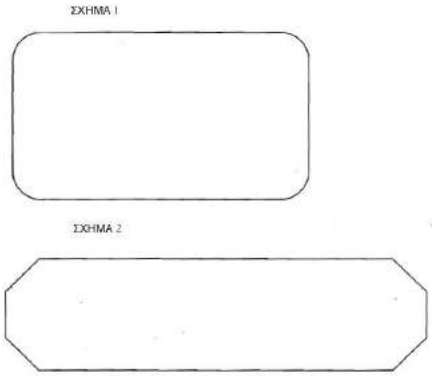
Η συγκεκριμένη ενότητα έχει μεγάλη σημασία για την ανάπτυξη των εννοιών που ακολουθούν στις επόμενες παραγράφους.

Απαραίτητα στοιχεία που πρέπει να κατανοηθούν από τους μαθητές πριν περάσουν αργότερα στους τύπους υπολογισμού των εμβαδών γεωμετρικών σχημάτων καθώς και στις μετατροπές μονάδων είναι τα εξής:

✓ Η σύγκριση επιφανειών (πολυγωνικών και μη) μέσα από διαφορετικές διαδικασίες

(επικάλυψη, διαίρεση, σύνθεση κ.λ.π.)

- ✓ Η έννοια της διατήρησης της επιφάνειας.
- ✓ Η διαφοροποίηση ανάμεσα στο γεωμετρικό μέγεθος (επιφάνεια) και στη μέτρησή του (εμβαδόν).
- ✓ Η έννοια της μονάδας μέτρησης (άτυπη ή τυποποιημένη), η επιλογή της κατάλληλης μονάδας, η χρήση της για την επικάλυψη μιας επιφάνειας και η σύμβαση της χρήσης της τετραγωνικής μονάδας.
- ✓ Η διάκριση ανάμεσα στη μέτρηση της επιφάνειας (εμβαδόν) από τις μετρήσεις άλλων μεγεθών (π.χ. τμήματα και τα μήκη τους ή η περίμετρος και το μήκος της)
- ✓ Η προσεγγιστική φύση της διαδικασίας της μέτρησης.
- ✓ Ο τρόπος μεταβολής του εμβαδού όταν χρησιμοποιούμε πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσια μιας αρχικής μονάδας.

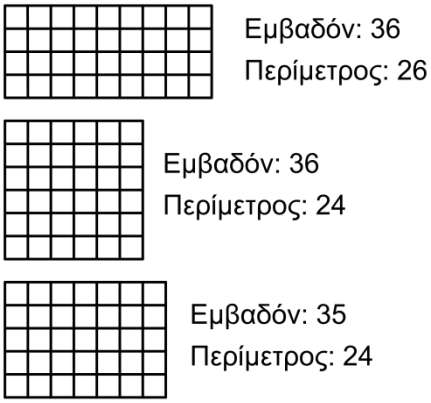


Για παράδειγμα: Η σύγκριση των επιφανειών των διπλανών σχημάτων, η εύρεση διαφορετικών τρόπων σύγκρισης, η προσπάθεια υπολογισμού της σχέσης που έχουν (π.χ. πόσο μεγαλύτερη είναι η μία σε σχέση με την άλλη) κτλ., συμβάλλουν στην καλύτερη κατανόηση κάποιων εννοιών.

Για τις δυσκολίες των μαθητών σχετικά με την έννοια της μέτρησης, βλέπε http://ebooks.edu.gr/new/ps.php , στο 2. ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣ ΤΑ ΙΣΧΥΟΝΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΣΠΟΥΔΩΝ/ Β. Οδηγοί για τον Εκπαιδευτικό/ Επιστημονικό Πεδίο: Μαθηματικά/ Σελ 103.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα 1 σ. 113. Με την ευκαιρία της δραστηριότητας αυτής να τονιστεί:
  - Η προσθετική ιδιότητα του εμβαδού (το εμβαδόν της ένωσης δύο ή περισσοτέρων μη επικαλυπτόμενων χωρίων είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών τους).
  - Η τιμή του εμβαδού ενός σχήματος εξαρτάται από την επιλεγόμενη μονάδα μέτρησης.
- Μπορούν ακόμη να γίνουν τα παρακάτω παραδείγματα με τα οποία φαίνεται ότι γενικά το εμβαδόν δεν εξαρτάται από την περίμετρο.



- Εφαρμογή 1 σ. 114.
- Εφαρμογή 2 σ. 114.
- Άσκηση 3 σ. 116.
- Για Διασκέδαση σ. 116

§1.2 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Οι μαθητές γνωρίζουν από το Δημοτικό τις δεκαδικές μονάδες μέτρησης των επιφανειών και το νέο στοιχείο είναι ο διεθνής συμβολισμός τους. Η αισθητοποίηση της τυπικής μονάδας, των υποδιαι-

ρέσεων και των πολλαπλάσιων αυτής, οι μεταξύ τους σχέσεις, καθώς επίσης η επιλογή της κατάλληλης μονάδας ανάλογα με την επιφάνεια που θέλουμε να μετρήσουμε (άσκηση 6 σελ 118), συμβάλλουν στην καλύτερη κατανόηση, απ' ό,τι μόνον η συνεχής εξάσκηση με ασκήσεις μετατροπής από την μία μονάδα μέτρησης σε άλλη.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Εφαρμογή 1 σ. 118.
- Εφαρμογή 2 σ. 118.
- Ερώτηση κατανόησης 1.
- Ασκήσεις 1, 2, 6, σ. 118.

§1.3 (Να διατεθούν 6 διδακτικές ώρες)

Το περιεχόμενο της ενότητας δεν είναι νέο για τους μαθητές.

Χρησιμοποιώντας ως βάση το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου αναπτύσσονται μέσα από μετασχηματισμούς το εμβαδόν των άλλων γεωμετρικών σχημάτων. Ο υπολογισμός του εμβαδού του ορθογωνίου παραλληλογράμμου γίνεται μέσα από τη μέτρηση των τετραγωνικών μονάδων που το επικαλύπτουν όπου το πλήθος τους εκφράζεται από το γινόμενο των διαστάσεων του ορθογωνίου.

Θα πρέπει να αντιμετωπιστούν επίσης δυσκολίες που έχουν οι μαθητές[3], όπως ότι:

- ✓ Σχήματα με μεγαλύτερη περίμετρο έχουν μεγαλύτερο εμβαδό
- ✓ Ο διπλασιασμός, τριπλασιασμός κτλ. των διαστάσεων διπλασιάζει, τριπλασιάζει κλπ. το εμβαδόν.
- ✓ Βάση (ή βάσεις) στα σχήματα, είναι μόνον η πλευρά (ή οι πλευρές) που έχει (ή έχουν) οριζόντιο προσανατολισμό.
- ✓ Ύψος του παραλληλογράμμου ή του τραπεζίου είναι μόνον αυτό που άγεται από μία κορυφή του ή αυτό που έχει κατακόρυφο προσανατολισμό.[4]

Ο υπολογισμός του εμβαδού γεωμετρικών σχημάτων με την εφαρμογή των τύπων υπολογισμού είναι σημαντικό να συνδέεται με το γεωμετρικό χειρισμό της έννοιας του εμβαδού (π.χ. μέσα από τη διαμέριση και σύνθεση γεωμετρικών σχημάτων). Γενικότερα η γεωμετρική συλλογιστική και η παράλληλη μετάφραση σε αλγεβρικές σχέσεις μπορεί να δώσει νόημα στις αλγεβρικές έννοιες και διαδικασίες.

Κατάλληλες δραστηριότητες με λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας ή applets που υπάρχουν στο διαδίκτυο, μπορεί να βοηθήσουν στην κατάκτηση των παραπάνω στόχων.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

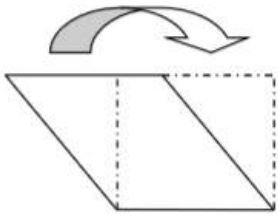
- Εφαρμογή 1 σ. 121.
- Εφαρμογή 2 σ. 121. (Η εφαρμογή αυτή εφ' όσον το επιτρέπουν οι συνθήκες μπορεί να γίνει ως εφαρμογή εύρεσης εμβαδού μιας πραγματικής σχολικής αίθουσας).
- Εφαρμογές 4 , 5, 6 σ. 122.
- Ερώτηση κατανόησης σ. 123.
- Ασκήσεις 3, 5 σ. 124.
- Ασκήσεις 9, 10 σ. 125.

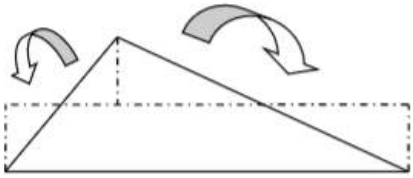
<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1η</u>:

Προτείνεται να δοθούν στους μαθητές σχήματα όπως τα παρακάτω και με μετασχηματισμούς, που θα κάνουν με τη βοήθεια γεωμετρικών οργάνων, να διατυπώσουν και να αιτιολογήσουν τους αντίστοιχους τύπους εμβαδού. Παρακάτω φαίνεται και ένας από τους πολλούς τρόπους επίλυσης του προβλήματος.

3 Η άρση των δυσκολιών των μαθητών είναι μια αργή και δύσκολη διαδικασία. Μπορεί να προκληθεί μέσα από την ενεργητική συμμετοχή τους σε ένα κατάλληλο διδακτικό περιβάλλον, το οποίο θα τους οδηγεί στις απαραίτητες γνωστικές συγκρούσεις και όχι μόνον μέσα από την παράθεση της ορθής άποψης – γνώσης.

4 Ο προσανατολισμός με τον οποίο παρουσιάζονται τα σχήματα στα βιβλία, αλλά και οι παραστάσεις που έχουν από το περιβάλλον στην καθημερινή τους ζωή, συμβάλουν σε αυτές τις δυσκολίες. Η έκθεσή τους σε σχήματα με ασυνήθιστο προσανατολισμό ή σχήματα «μακρόστενα» (π.χ. τρίγωνα με σημαντικά μικρότερη την μία πλευρά σε σχέση με τις άλλες) κλπ. μπορεί να συμβάλλει, κατά ένα μέρος, στην κατεύθυνση αντιμετώπισης αυτών των δυσκολιών.



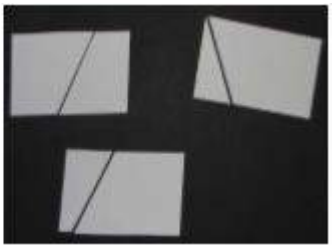


Εναλλακτικά, η δραστηριότητα αυτή μπορεί να γίνει:

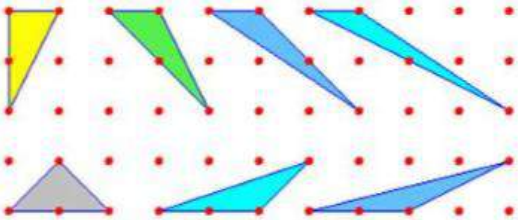
• Με τους μαθητές να δουλεύουν σε ομάδες: Ο εκπαιδευτικός μοιράζει σε κάθε ομάδα 2-3 ίσα μη ορθογώνια παραλληλόγραμμα από χαρτί. Οι μαθητές προσπαθούν να βρουν τρόπο να κόψουν, με ψαλίδι, τα παραλληλόγραμμα και να τα μετασχηματίσουν σε ορθογώνια με το ίδιο εμβαδόν με τα αρχικά παραλληλόγραμμα. Στόχος είναι η συνειδητοποίηση από τους μαθητές της ανάγκης χάραξης κάθετης προς το ένα ζεύγος παράλληλων πλευρών (βλέπε την παρακάτω εικόνα).

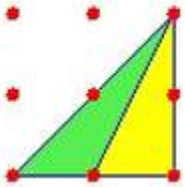
✓ Με χρήση τετραγωνισμένου χαρτιού, που τα τετραγωνάκια να παίξουν το ρόλο άτυπων μονάδων μέτρησης εμβαδού.

✓ Με χρήση λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας.



Ενδεικτική δραστηριότητα 2η: Οι μαθητές χρησιμοποιούν χαρτί με διάστικτους καμβάδες που το έχουν χωρίσει σε περιοχές 5 Χ 5 σημείων. Σχεδιάζουν όσο το δυνατόν περισσότερα τρίγωνα των οποίων οι κορυφές είναι σημεία του καμβά, εμβαδού 1 τ.μ., τα οποία να μην είναι ίσα μεταξύ τους και δικαιολογούν γιατί τα τρίγωνα που σχεδίασαν ικανοποιούν τις συνθήκες του προβλήματος (οι αιτιολογήσεις τους για την διαφορετικότητα των τριγώνων μπορούν να βασίζονται στους μετασχηματισμούς των σχημάτων, που τους είναι γνωστοί από το Δημοτικό, βλέπε τις παρακάτω εικόνες).





✓ Αναζητούν ανάμεσα στα τρίγωνα αυτό που έχει την μικρότερη και την μεγαλύτερη περίμετρο και δικαιολογούν την επιλογή τους.

✓ Συζητούν για τις μεθόδους που ακολούθησαν για να προσδιορίσουν όλα τα τρίγωνα, αν θα μπορούσε η μέθοδός τους να επεκταθεί σε έναν μεγαλύτερο καμβά και τι θα συνέβαινε τότε με την περίμετρο και το εμβαδό των τριγώνων.

✓ Επίσης συζητούν για το που θα κινείται η τρίτη κορυφή του τριγώνου (χωρίς τους περιορισμούς να είναι σημείο του καμβά ή τα τρίγωνα να είναι διαφορετικά), όταν τα τρίγωνα τοποθετηθούν έτσι ώστε να έχουν κοινή βάση.

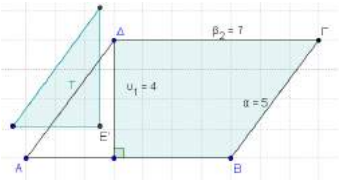
✓ Με αφορμή τις παρατηρήσεις και τα συμπεράσματα τους γενικεύουν για τρίγωνα που έχουν κοινή βάση (ή ίσες βάσεις) και η τρίτη κορυφή κινείται σε ευθεία παράλληλη προς την βάση.

✓ Επίσης με κατάλληλη τοποθέτηση των τριγώνων, κατά τη σύγκριση των περιμέτρων και αντίστοιχες διερευνήσεις, μπορούν να εξάγουν συμπεράσματα σχετικά με τον χωρισμό ενός τρίγωνου σε δύο ισοδύναμα τρίγωνα από την διάμεσο.

Ενδεικτική δραστηριότητα 3η:

Για καλύτερη κατανόηση των εννοιών, προτείνεται να χρησιμοποιηθούν ψηφιακά εργαλεία, όπως το μικροπείραμα «Εμβαδόν παραλληλογράμμου» από τα εμπλουτισμένα σχολικά

βιβλία: http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5573



§1.4 (Να διατεθούν 4 διδακτικές ώρες)

Να γίνει κατάλληλος προγραμματισμός ώστε μετά την ολοκλήρωση της διδασκαλίας της ενότητας να ακολουθήσει η διδασκαλία της §2.1 της Άλγεβρας (τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού). Να δοθεί έμφαση και στη σχέση εμβαδών και όχι μόνο πλευρών που εκφράζει το θεώρημα (ασκήσεις 1, 4, 5 και ενδεικτική δραστηριότητα 1).

Επισημαίνονται τρεις διαφορετικές οπτικές-χρήσεις του Πυθαγορείου Θεωρήματος και του αντίστροφού του, που είναι σκόπιμο οι μαθητές να αναγνωρίζουν:

- ✓ Η ανάδειξη της σχέσης εμβαδών τετραγώνων που κατασκευάζονται στις πλευρές ορθογωνίου τριγώνου.
- ✓ Ο υπολογισμός αποστάσεων.
- ✓ Ο έλεγχος αν μια γωνία είναι ορθή.

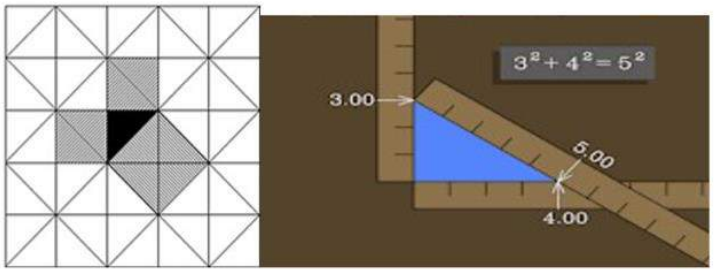
ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

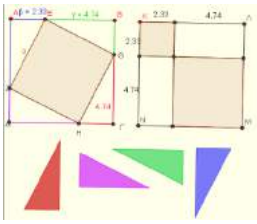
- Δραστηριότητα 1 σ. 127.
- Εφαρμογή 1 σ. 128
- Εφαρμογές 2, 3, 4, σ. 129.
- Άσκηση 3 σ. 130.
- Ασκήσεις 7, 8 σ. 131.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:

Οι μαθητές κατασκευάζουν τετράγωνα στις πλευρές ενός ορθογωνίου ισοσκελούς τριγώνου (βλ. το διακοσμητικό μοτίβο στο σχήμα αριστερά) και χρησιμοποιώντας ως μονάδα μέτρησης εμβαδού το ίδιο το ορθογώνιο τρίγωνο επαληθεύουν τη σχέση του Πυθαγόρειου θεωρήματος.

Στη συνέχεια επαληθεύουν τη σχέση αυτή στο ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές μήκους 3cm και 4cm και υποτείνουσα μήκους 5cm.





Ενδεικτική δραστηριότητα 2:Για την απόδειξη του πυθαγορείου θεωρήματος προτείνεται να χρησιμοποιηθούν ψηφιακά εργαλεία, όπως το μικροπείραμα «Μία απόδειξη του πυθαγορείου θεωρήματος» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2019

Κεφάλαιο 2ο (Να διατεθούν 7 διδακτικές ώρες)

§2.1 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Προτείνεται η διδασκαλία να γίνει με αφετηρία την ερμηνεία των πινακίδων οδικής κυκλοφορίας για την κλίση δρόμου και να γίνει μια πρώτη, εποπτική αναφορά στην έννοια της ομοιότητας τριγώνων και στην ανάγκη εισαγωγής τριγωνομετρικών αριθμών (βλ. ενδεικτική δραστηριότητα 1).

Το σχόλιο 1 (σελ. 137) που αναφέρεται στην κλίση μιας ευθείας, να αναφερθεί κατά τη διδασκαλία της §3.3 της Άλγεβρας.

Στην εφαρμογή 2, να επισημανθεί ότι για την κατασκευή μπορεί να χρησιμοποιηθούν οποιαδήποτε μήκη πλευρών αρκεί ο λόγος να είναι 1/5, και όχι μόνο τα μήκη 1 και 5.

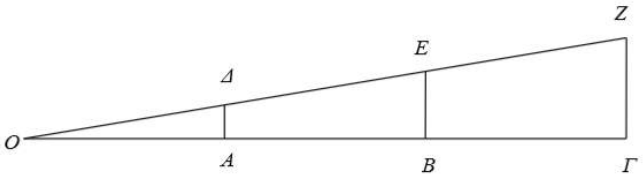
ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

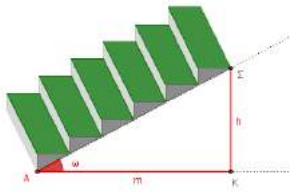
- Δραστηριότητα 1 σ. 136.
- Εφαρμογές 1 & 2 σ. 138.
- Εφαρμογή 3 σ. 139.
- Ερώτηση κατανόησης σ. 65 του κεφαλαίου 3.2. της Άλγεβρας. Με αυτή είναι δυνατόν να συνδεθούν οι έννοιες της εφαπτομένης γωνίας, των συντεταγμένων και της κλίσης.
- Ερώτηση κατανόησης σ. 140
- Ασκήσεις 1, 3, 5 σ. 140.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:

Στο παρακάτω σχήμα, ζητείται από τους μαθητές να υπολογίζουν τους λόγους $\frac{ΑΔ}{ΟΑ}, \frac{ΒΕ}{ΟΒ}, \frac{ΓΖ}{ΟΓ}$.

Οι μαθητές διαπιστώνουν την ισότητα των λόγων και των γωνιών των τριών τριγώνων ΟΑΔ, ΟΒΕ, ΟΓΖ, εξετάζουν τη μορφή τους και αναζητούν ένα όρο για να εκφράσουν αυτή τη σχέση (μεγέθυνση, ομοιότητα).





Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:

Για την κατανόηση των εννοιών της κλίσης και της εφαπτομένης γωνίας προτείνεται να χρησιμοποιηθούν ψηφιακά εργαλεία, όπως το μικροπείραμα «Εφαπτομένη οξείας γωνίας» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία: http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2004

§2.2 (Να διατεθούν 4 διδακτικές ώρες)

Να μην διδαχθεί η παρατήρηση β, σελ. 143 ($εφω = \frac{ημω}{συνω}$) και η άσκηση κατανόησης 4, γιατί είναι εκτός των στόχων του αναλυτικού προγράμματος και επιπλέον οι σχέσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών της ίδιας γωνίας αναπτύσσονται διεξοδικά στην Γ΄ Γυμνασίου.

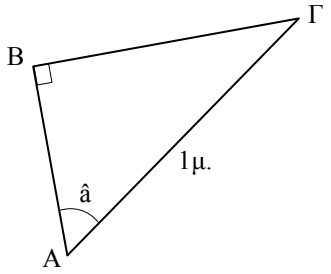
Η άσκηση 3γ της σελίδας 146 να παραλειφθεί, διότι χρησιμοποιεί μια άγνωστη για τους μαθητές ιδιότητα (πρόσθεση κατά μέλη ανισοτήτων).

Προτείνεται η χρήση υπολογιστή τσέπης (επιστημονικού ή απλού), κατά την λύση προβλημάτων ώστε να γίνει καλύτερη διαπραγμάτευση των εννοιών.

Στην εφαρμογή 2, να επισημανθεί ότι για την κατασκευή μπορεί να χρησιμοποιηθούν οποιαδήποτε μήκη πλευρών αρκεί ο λόγος να είναι $\frac{3}{5}$ και όχι μόνο τα μήκη 3 και 5. Επίσης προτείνεται να γίνει επιλογή ασκήσεων από την παράγραφο 2.3 και να αντιμετωπιστούν από τους μαθητές με χρήση του πίνακα τριγωνομετρικών αριθμών, που είναι στο τέλος του βιβλίου.

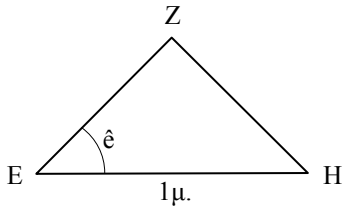
ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα 1 σ. 142.
- Εφαρμογή 1 σ. 143.
- Εφαρμογή 2 σ. 144.
- Επίσης προτείνονται οι ακόλουθες εφαρμογές Α, Β, Γ:

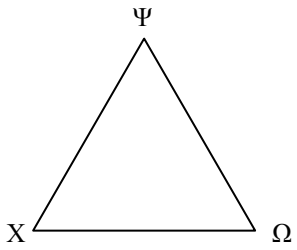


Α - Για το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος, δίνεται ότι η υποτείνουσα ΑΓ έχει μήκος 1μ.

- Αν ημâ = ⅗ , τότε πόσο είναι το μήκος της πλευράς ΒΓ;
- Αν ημâ = ⅗ , τότε πόσο είναι το μήκος της πλευράς ΒΑ;
- Αν ημâ = ⅗ , τότε πόσο είναι το συνâ;
- Αν ημâ = ⅓ , τότε πόσο είναι το μήκος της πλευράς ΒΓ;
- Αν συνâ = ⅓ , τότε πόσο είναι το ημâ;



Β- Για το ισοσκελές τρίγωνο ΕΖΗ, του σχήματος με ΕΖ=ΖΗ, δίνεται ότι ê = 45° και ΕΗ = 1μ. Μπορείτε να υπολογίσετε το ημ45^o; Μπορείτε να υπολογίσετε το συν45^o;



Γ Στο ισόπλευρο τρίγωνο ΧΨΩ, που όλες οι γωνίες του είναι ίσες με 60°, το μήκος κάθε πλευράς είναι 1μ. Μπορείτε να υπολογίσετε το ημ60^o και το συν60^o; Σας βοηθά η απάντηση στα προηγούμενα ερωτήματα να υπολογίσετε τα ημ30^o και συν30^o; Προσπαθήστε το!

- Ασκήσεις 2 & 4 σ. 146.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα</u>:

Με βάση μια φωτογραφία οι μαθητές χαράσσουν γραμμές, μετρούν μήκη πάνω σε αντίγραφο της φωτογραφίας και κάνουν υπολογισμούς για να προσδιορίσουν προσεγγιστικά την κλίση του δρόμου. Μοντελοποιούν την κατάσταση για να βρουν το ύψος που κερδίζει ένας πεζός που ανεβαίνει την ανηφόρα για κάθε μέτρο που διανύει πάνω σ' αυτήν.

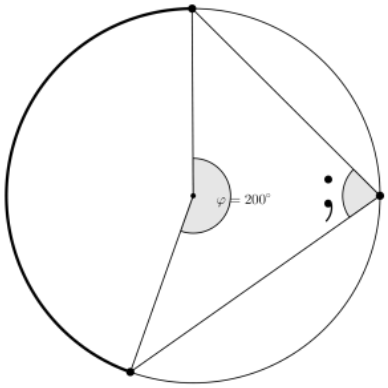
Κεφάλαιο 3° (Να διατεθούν 12 διδακτικές ώρες)

§3.1 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

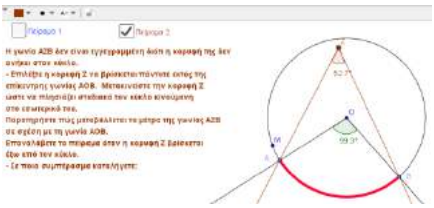
Λόγω της εξαίρεσης από την διδακτέα ύλη της Α΄ Γυμνασίου της §1.12 (επίκεντρη γωνία, σχέση επίκεντρης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου, μέτρηση τόξου) να δοθεί ο ορισμός της επίκεντρης γωνίας, του αντίστοιχου τόξου αυτής και η μεταξύ τους σχέση.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

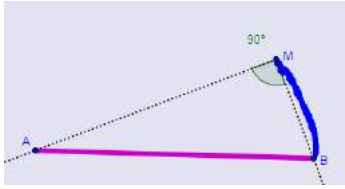
- Λόγω της εξαίρεσης από την διδακτέα ύλη της Α΄ Γυμνασίου της §1.12 (επίκεντρη γωνία, σχέση επίκεντρης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου, μέτρηση τόξου) να δοθεί ο ορισμός της επίκεντρης γωνίας, του αντίστοιχου τόξου αυτής και η μεταξύ τους σχέση.
- Θα διδαχθεί μόνο η δραστηριότητα 1 της σελίδας 175 και τα συμπεράσματα της σ. 176.
- Να δοθεί και ένα παράδειγμα μη κυρτής επίκεντρης και να ζητηθεί το μέτρο της αντίστοιχης εγγεγραμμένης.



Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:
Για την διερεύνηση της σχέσης του μέτρου επίκεντρης και εγγεγραμμένης γωνίας προτείνεται το μικροπείραμα «Σχέση εγγεγραμμένης και επίκεντρης γωνίας σε ένα κύκλο», από το Φωτόδεντρο.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1986



Ενδεικτική δραστηριότητα 2η: Για την κατανόηση της έννοιας της εγγεγραμμένης γωνίας προτείνεται να χρησιμοποιηθούν ψηφιακά εργαλεία, όπως το μικροπείραμα «Γωνίες στο αμφιθέατρο» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2015



§3.2 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Να αναφερθεί το θεώρημα ότι στον ίδιο κύκλο σε ίσα τόξα αντιστοιχούν ίσες χορδές και αντιστρόφως, διότι αυτό δεν αποτελεί προηγούμενη γνώση και είναι απαραίτητη για ορισμένες αιτιολογήσεις.
Προτείνεται να γίνεται επιλογή ανάμεσα στις ερωτήσεις κατανόησης 1α), β), γ), 2α), β), γ), 3α), β), γ), ε) και στην άσκηση 1, λόγω του επαναληπτικού χαρακτήρα τους.
Προτείνεται, οι μαθητές μέσω κατασκευής να αναγνωρίσουν την ιδιότητα της κεντρικής γωνίας κανονικού πολυγώνου (βλέπε ενδεικτική δραστηριότητα), να γίνουν κατασκευές κανονικών πολυγώνων (με χειραπτικά μέσα) από τους μαθητές και, επιπλέον αν υπάρχει χρόνος και δεν έχει γίνει στην Α' γυμνασίου, να ζητηθεί, μέσω διερευνητικής δραστηριότητας η κατασκευή κύκλου που να διέρχεται από τρία σημεία (με χρήση της μεσοκαθέτου ευθύγραμμου τμήματος και των ιδιοτήτων του κύκλου).

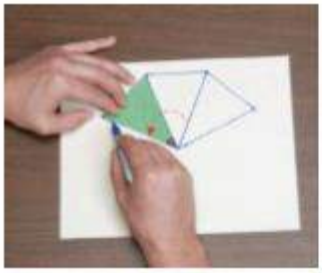
ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα 1 σ. 181. Σημειώνεται ότι κατά την πραγμάτευση της δραστηριότητας αυτής το ερώτημα γ) μπορεί να απαντηθεί χωρίς την επίκληση της σχέσης εγγεγραμμένης-επίκεντρης αλλά με την χρήση του γεγονότος ότι τα τρίγωνα ΟΑΒ, ΟΒΓ, ΟΓΔ, ΟΔΕ, ΟΕΖ είναι ισόπλευρα.
- Εφαρμογές 2&3 σ. 183.
- Ασκήσεις 1, 8.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Οι μαθητές σχεδιάζουν ισοσκελές τρίγωνο σε χαρτόνι και το κόβουν. Το χρησιμοποιούν ως πατρόν για να το αναπαράγουν άλλες επτά φορές, περιστρέφοντάς το γύρω από την μια κορυφή του, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα. Συζητούν, γιατί το σχήμα που κατασκεύασαν δεν είναι οκτάγωνο και τι θα έπρεπε να κάνουν, ώστε με αυτόν τον τρόπο να κατάσκευάσουν οκτάγωνο.

[Σχόλιο: Στόχος της δραστηριότητας είναι οι μαθητές να κάνουν εικασίες για την κεντρική γωνία του κανονικού οκταγώνου, να διαπιστώσουν την ισχύ των εικασιών τους και, αν είναι δυνατόν να τις γενικεύσουν. Τελικά μπορεί να προκύψει, από τη διερεύνηση, τρόπος κατασκευής κανονικού πολυγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο.]

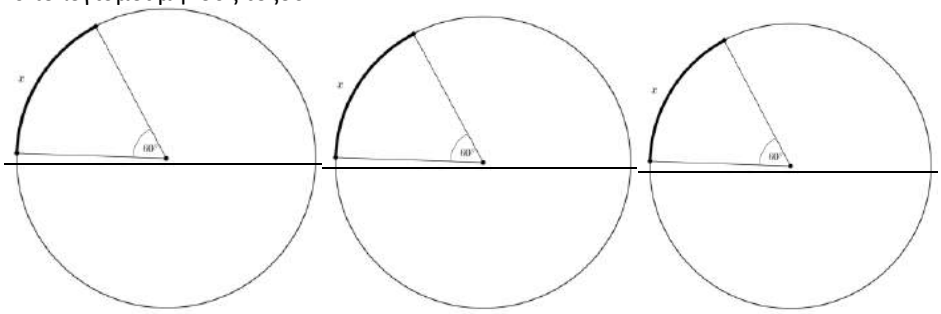


§3.3 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Να δοθεί έμφαση στην αναλογία των μεγεθών L και δ ή L και ρ και να γίνει σύνδεση με τις γνώσεις που έχουν από τη διδασκαλία της §3.3 της Άλγεβρας (η συνάρτηση y=αx), μέσα από τους πίνακες τιμών και την γραφική παράσταση.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα 1 σ. 186.
- Εφαρμογές 1 & 3 σ. 187.
- Επίσης ως εφαρμογές των αναλόγων ποσών προτείνεται να γίνουν οι παρακάτω υπολογισμοί μήκους τόξου:



- Ασκήσεις 2, 4, 7 σ. 192.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

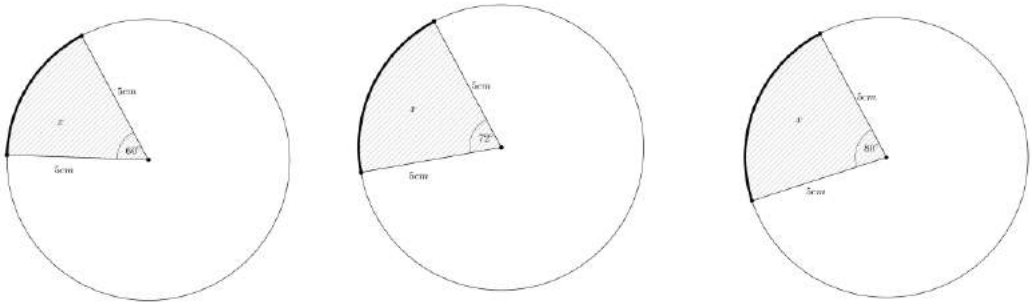
Το μικροπείραμα από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία «Ο αριθμός π» μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εισαγωγή στην έννοια του αριθμού π. Με τη βοήθεια του λογισμικού, σε μία προσομοίωση μέτρησης του μήκους ενός κύκλου με δυναμικά μεταβαλλόμενη διάμετρο, οι μαθητές μετρούν το μήκος του κύκλου, υπολογίζουν σε πολλές περιπτώσεις το πηλίκο της περιφέρειας με τη διάμετρό του και γενικεύουν. http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/4380?locale=el

§3.5 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Να δοθεί έμφαση στο ότι το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου και η ακτίνα του δεν είναι ανάλογα μεγέθη.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Εφαρμογές 1 & 2 σ. 193.
- Εφαρμογή 3 σ. 194.
- Επίσης ως εφαρμογές των αναλόγων ποσών προτείνεται να γίνουν οι παρακάτω υπολογισμοί εμβαδού τομέα:



- Ερωτήσεις κατανόησης 1, 3 & 5 σ. 194.
- Ασκήσεις 1, 3, 4, 6 σ. 195.

Κεφάλαιο 4^{ο} (Να διατεθούν 11 διδακτικές ώρες)

Η αντίληψη και η γνώση του χώρου παίζουν κρίσιμο ρόλο ακόμα και στις πιο συνηθισμένες ανθρώπινες δραστηριότητες. Η κατανόηση και η γνώση των εννοιών του κεφαλαίου αυτού είναι πολύ σημαντική για όλους τους μαθητές, αφού σχετίζονται με την καθημερινή ζωή, αλλά και τις εφαρμογές της Γεωμετρίας του χώρου σε άλλες επιστήμες (όπως χαρακτηριστικά αναφέρεται στο εισαγωγικό σημείωμα του κεφαλαίου στο βιβλίο του μαθητή).

Παρόλο που οι μαθητές γνωρίζουν από το Δημοτικό την έννοια του κύβου, του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, του κυλίνδρου, τους τρόπους υπολογισμού του εμβαδού των επιφανειών τους και του όγκου τους και διακρίνουν την έννοια της χωρητικότητας από την έννοια του όγκου, εντούτοις μπορεί να αντιμετωπίζουν δυσκολίες, ιδιαίτερα με την έννοια της μέτρησης.

Μερικές ενδεικτικές δυσκολίες των μαθητών που πρέπει να αντιμετωπιστούν είναι:

- ✓ Η μεταβολή κατά ανάλογο τρόπο των διαστάσεων ενός στερεού επιφέρει ανάλογη μεταβολή στον όγκο του.
- ✓ Στερεά με μεγαλύτερη επιφάνεια έχουν μεγαλύτερο όγκο.
- ✓ Στερεά με ίσο όγκο, έχουν ίση επιφάνεια.

Για τις δυσκολίες των μαθητών σχετικά με την έννοια της μέτρησης, βλέπε http://ebooks.edu.gr/new/ps.php , στο 2. ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣ ΤΑ ΙΣΧΥΟΝΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΣΠΟΥΔΩΝ/ Β. Οδηγοί για τον Εκπαιδευτικό/ Επιστημονικό Πεδίο: Μαθηματικά/ Σελ 103.

Οι δυσκολίες προέρχονται από το γεγονός ότι απαιτούνται από τους μαθητές ικανότητες κατανόησης του χώρου και συστηματική οργάνωση των οπτικών πληροφοριών, ώστε να είναι σε θέση να κατανοήσουν τις αφηρημένες γεωμετρικές έννοιες της Στερεομετρίας.

Αν και τα τρισδιάστατα αντικείμενα είναι μέρος της καθημερινής τους εμπειρίας, η αναπαράστασή τους από δισδιάστατα σχήματα είναι πηγή δυσκολίας. Η χρήση διάφορων μέσων, όπως τρισδιάστατα μοντέλα, η σύνδεση των δισδιάστατων αναπαραστάσεων με αντικείμενα από την καθημερινή τους εμπειρία, η σχεδίαση στο χαρτί τρισδιάστατων αντικειμένων, η εξερεύνηση των αναπτυγμάτων των επιφανειών πραγματικών αντικειμένων, ο σχεδιασμός σε χαρτόνι του αναπτύγματος των επιφανειών κάποιων στερεών και κατόπιν η δημιουργία αυτών των στερεών, όπως επίσης προγράμματα τρισδιάστατης γεωμετρίας που επιτρέπουν την περιστροφή των σχεδιασμένων στερεών και παρέχουν την δυνατότητα θέασής τους από διαφορετικές οπτικές γωνίες κτλ. μπορούν να τους βοηθήσουν στην κατανόηση των εννοιών.

Στην Β΄ Γυμνασίου, προτείνεται να δοθεί βάρος, κυρίως στις μετρήσεις και στους τύπους υπολογισμού του όγκου στερεών σχημάτων.

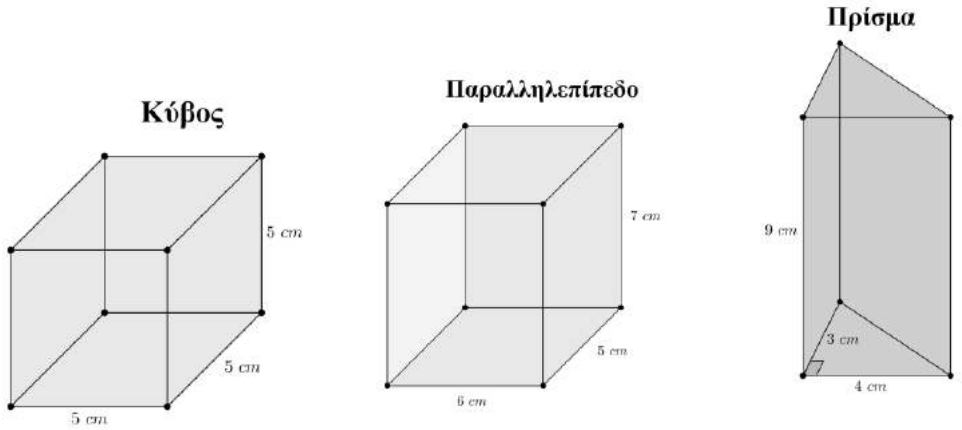
§4.2 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Για την κατανόηση των εννοιών και των τύπων υπολογισμού του εμβαδού του πρίσματος και του κυλίνδρου προτείνεται να δοθούν στους μαθητές κατάλληλες δραστηριότητες, π.χ. μελέτη του

αναπτύγματος της επιφάνειας ενός πρίσματος ή ενός κυλίνδρου ή αντίστροφα, η σχεδίαση σε χαρτόνι του αναπτύγματος της επιφάνειας ενός ορθού τριγωνικού πρίσματος και ενός κυλίνδρου με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά και η κατασκευή του στερεού.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

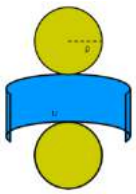
- Ανάλογα με τις γνώσεις της τάξης μπορεί ο διδάσκων χρησιμοποιώντας συγκεκριμένα πρίσματα (κατά προτίμηση πραγματικά στερεά) να αναφερθεί εν συντομία στις έννοιες της παραγράφου 4.1.
- Ως δραστηριότητα και χωρίς αναφορά στους τύπους των σελίδων 207, 208 μπορεί να υπολογισθεί το εμβαδόν της επιφάνειας των παρακάτω στερεών:



- Στη συνέχεια με την βοήθεια των αποτελεσμάτων των παραδειγμάτων μπορούν να δοθούν οι σχετικοί τύποι.
- Εφαρμογή 1 σ. 208.
- Ασκήσεις 3 σ. 210 & 6, 9 σ. 211.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα</u>:

Η εφαρμογή 3 του σχολικού βιβλίου προτείνεται να διερευνηθεί με το μικροπείραμα «Υπολογίστε το κόστος μιας δεξαμενής καυσίμων» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2038



§4.3 (Να διατεθούν 4 διδακτικές ώρες)

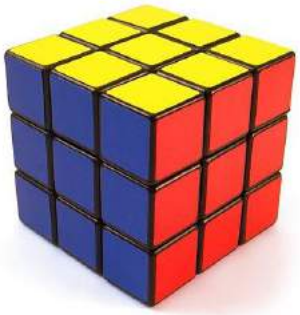
Στο Δημοτικό οι μαθητές έχουν διδαχτεί τις έννοιες του όγκου και τις μονάδες μέτρησης αυτού, εκτός από τον διεθνή συμβολισμό τους.

Επισημαίνεται ότι οι μαθητές συχνά πιστεύουν ότι ο διπλασιασμός, τριπλασιασμός κτλ. όλων των διαστάσεων ενός στερεού οδηγεί στον διπλασιασμό, τριπλασιασμό κτλ. του όγκου.

Να ζητείται από τους μαθητές ο σχεδιασμός σχημάτων που αντιπροσωπεύουν τα στερεά των ασκήσεων που δίνονται για λύση.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Ως δραστηριότητα να γίνει ο υπολογισμός των όγκων των τριών στερεών που υπάρχουν στην σελίδα 212 με μονάδα μέτρησης τον μικρό κύβο.
- Στη συνέχεια μπορεί να υπολογιστεί ο όγκος του παρακάτω κύβου του Rubik με μονάδα μέτρησης ένα από τα (ίδια) κυβάκια που τον απαρτίζουν:



Να απαντηθεί το ίδιο ερώτημα για τα στερεά:

- Η βασική ιδέα που πρέπει να αναδειχθεί είναι ότι ο όγκος ενός πρίσματος προκύπτει από το γινόμενο του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος του και κατ΄αναλογία αυτό ισχύει και για τον όγκο κυλίνδρου.
- Αφού δοθούν οι τύποι της σελίδας 213 μπορούν να γίνουν οι εφαρμογές 1,2 της σελίδας 213 και η εφαρμογή 3 της σελίδας 214.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Οι μαθητές χρησιμοποιούν δύο φύλλα χαρτί Α4. Το ένα το διπλώνουν κατά μήκος και το άλλο κατά πλάτος για να σχηματίσουν δύο κυλίνδρους (χωρίς τις βάσεις). Διερευνούν σε ποια περίπτωση ο όγκος είναι μεγαλύτερος και δικαιολογούν σχετικά. Συζητούν για τα χαρακτηριστικά των δύο κυλίνδρων (ίσες παράπλευρες επιφάνειες – διαφορετικοί όγκοι).

§§4.4, 4.5 και 4.6 (Να διατεθούν 4 διδακτικές ώρες)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Αυτές οι παράγραφοι δεν αποτελούν διδακτέα/εξεταστέα ύλη. Για λόγους πληρότητας και κατά την κρίση του διδάσκοντα μπορεί να γίνει μια γνωριμία με τα στερεά αυτά μέσω εικόνων ή επιλεγμένων βίντεο.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Οι μαθητές, χωρισμένοι σε ομάδες κατασκευάζουν από χαρτόνι ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο και μια πυραμίδα που έχουν το ίδιο εμβαδόν βάσης, την γεμίζουν με ρευστό υλικό (ρύζι ή άμμο) και συγκρίνουν τη χωρητικότητά της με αυτή του παραλληλεπιπέδου, αδειάζοντας κάθε φορά το περιεχόμενό της στο ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο και συνεχίζοντας, μέχρι να γεμίσει αυτό. Συζητούν πάλι για τα αποτελέσματα και γενικεύουν κάνοντας εικασίες για τον τρόπο υπολογισμού του όγκου της πυραμίδας.
[Σχόλιο: Το ίδιο πείραμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τη σύγκριση όγκου ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου και πρίσματος με το ίδιο εμβαδόν βάσης.]

Σημείωση: Μπορείτε να κατεβάσετε τις ψηφιακές δραστηριότητες και να τις ανοίξετε τοπικά με το αντίστοιχο λογισμικό.
Αν δεν έχετε εγκατεστημένο το λογισμικό, τότε, αν πρόκειται για αρχείο με κατάληξη .ggb, κατεβάστε και εγκαταστήστε το Geogebra από τη διεύθυνση https://www.geogebra.org/download ή διαφορετικά ψάξτε για το αντίστοιχο λογισμικό στη διεύθυνση http://photodentro.edu.gr/edusoft/.
Για να δείτε την προεπισκόπηση των ψηφιακών δραστηριοτήτων σε απευθείας σύνδεση (online), προτιμήστε τον φυλλομετρητή MozillaFirefox.

- Αν η εφαρμογή είναι σε flash θα πρέπει να εγκαταστήσετε το πρόσθετο Adobe flashplayer από τη διεύθυνση https://get.adobe.com/flashplayer/.
- Αν η εφαρμογή χρησιμοποιεί τη Java (π.χ. Geogebra), τότε εγκαταστήστε την από τη διεύθυνση http://java.com/en/. Αν συνεχίζετε να έχετε πρόβλημα στην προεπισκόπηση, τότε προσθέστε τις διευθύνσεις http://photodentro.edu.gr και http://digitalschool.minedu.gov.gr στο exception sitelist στην καρτέλα security της Java (ανοίξτε το Control Panel, τη Java, στην καρτέλα security πατήστε Edit sitelist και προσθέστε

τις δύο διευθύνσεις, κλείστε το browser και ξανανοίξτε τον).

Μαθηματικά Γ΄ Τάξης Γυμνασίου

Διδακτικό Έτος 2018-2019

ΔΙΔΑΚΤΕΑ ΥΛΗ-ΟΔΗΓΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Από το βιβλίο «Μαθηματικά Γ΄ Γυμνασίου» των Δημητρίου Αργυράκη, Παναγιώτη Βουργάνα, Κωνσταντίνου Μεντή, Σταματούλας Τσικοπούλου, Μιχαήλ Χρυσοβέργη.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφ. 1^{ο}: ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

1.1 Πράξεις με πραγματικούς αριθμούς (επαναλήψεις – συμπληρώσεις)
Β. Δυνάμεις πραγματικών αριθμών
Γ. Τετραγωνική ρίζα πραγματικού αριθμού
1.2 Μονώνυμα – Πράξεις με μονώνυμα
Α. Αλγεβρικές παραστάσεις – Μονώνυμα
Β. Πράξεις με μονώνυμα
1.3 Πολυώνυμα – Πρόσθεση και Αφαίρεση πολυωνύμων
1.4 Πολλαπλασιασμός πολυωνύμων
1.5 Αξιοσημείωτες ταυτότητες [χωρίς τις υποπαραγράφους: ε) «Διαφορά κύβων – Άθροισμα κύβων»]
1.6 Παραγοντοποίηση αλγεβρικών παραστάσεων [(χωρίς την υποπαράγραφο: «δ) Διαφορά – άθροισμα κύβων») και στ) «Παραγοντοποίηση τριωνύμου της μορφής $x^2+(\alpha+\beta)x+\alpha\beta$ »].
1.8 Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ. ακεραίων αλγεβρικών παραστάσεων
1.9 Ρητές αλγεβρικές παραστάσεις
1.10 Πράξεις ρητών παραστάσεων
Α. Πολλαπλασιασμός – Διαίρεση ρητών παραστάσεων
Β. Πρόσθεση – Αφαίρεση ρητών παραστάσεων

Κεφ. 2^{ο}: ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ – ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

2.1 Η εξίσωση αx+β=0
2.2 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού
Α. Επίλυση εξισώσεων δευτέρου βαθμού με ανάλυση σε γινόμενο παραγόντων
Β. Επίλυση εξισώσεων δευτέρου βαθμού με τη βοήθεια τύπου.
2.3 Προβλήματα εξισώσεων δευτέρου βαθμού
2.5 Ανισότητες – Ανισώσεις μ' έναν άγνωστο
Β. Ιδιότητες της διάταξης
Γ. Ανισώσεις πρώτου βαθμού μ' έναν άγνωστο

Κεφ. 3^{ο}: ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

3.1 Η έννοια της γραμμικής εξίσωσης
3.2 Η έννοια του γραμμικού συστήματος και η γραφική επίλυσή του
3.3 Αλγεβρική επίλυση γραμμικού συστήματος

Κεφ. 5^{ο}: ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

5.1 Σύνολα (χωρίς την υποπαράγραφο: «Πράξεις με σύνολα», και την εφαρμογή 2))
5.2 Δειγματικός χώρος – Ενδεχόμενα (χωρίς την υποπαράγραφο: «Πράξεις με ενδεχόμενα» και χωρίς τα «ασυμβίβαστα ενδεχόμενα»)).
5.3 Έννοια της πιθανότητας (χωρίς την υποπαράγραφο: «Βασικοί κανόνες λογισμού των πιθανοτήτων»)

ΜΕΡΟΣ Β΄

Κεφ. 1^{ο}: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

1.1 Ισότητα τριγώνων
1.2 Λόγος ευθυγράμμων τμημάτων
1.3 Θεώρημα Θαλή.
1.5 Ομοιότητα
Α. Όμοια πολύγωνα
Β. Όμοια τρίγωνα (χωρίς την αιτιολόγηση του κριτηρίου ομοιότητας δύο τριγώνων στη σελίδα 220).

Κεφ. 2ο: ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

2.1 Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνίας ω με $0^o \le \omega \le 180^o$.
2.2 Τριγωνομετρικοί αριθμοί παραπληρωματικών γωνιών
2.3 Σχέσεις μεταξύ τριγωνομετρικών αριθμών μιας γωνίας
2.4 Νόμος των ημιτόνων – Νόμος των συνημιτόνων.

ΙΙ. Διαχείριση Διδακτέας ύλης

Οι παρακάτω οδηγίες έχουν στόχο να παρουσιάσουν κάποιες σημαντικές πλευρές για κάθε ενότητα και έτσι να υποστηρίξουν τον εκπαιδευτικό ώστε να σχεδιάσει τη διδασκαλία του και να επιλέξει υλικό. Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι ενδεικτική. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κλπ. Οι δραστηριότητες που περιέχονται είναι ενδεικτικές και προέρχονται από το πρόγραμμα σπουδών για το γυμνάσιο και τον οδηγό του εκπαιδευτικού τα οποία είναι συμπληρωματικά προς τα ισχύοντα και μπορούν να ανακτηθούν από τον ιστότοπο του ψηφιακού σχολείου: http://ebooks.edu.gr/new/ps.php.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφάλαιο 1ο (Να διατεθούν 31 ώρες)

Με τις επιμέρους προτάσεις ανά ενότητα γίνεται προσπάθεια να αποφευχθεί ο υπερβολικά δύσκολος αλγεβρικός χειρισμός σε βάρος της κατανόησης.

§1.1 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Ο χαρακτήρας της παραγράφου είναι επαναληπτικός. Προτεραιότητα πρέπει να δοθεί σε ερωτήσεις κατανόησης και ασκήσεις εννοιολογικού και υπολογιστικού περιεχομένου και όχι σε ασκήσεις αλγοριθμικού προσανατολισμού με αυξημένη δυσκολία.
Επειδή ο λογισμός με ρίζες δεν είναι αυτοσκοπός, να μη διδαχθούν η εφαρμογή 1 (όσον αφορά τη γενίκευση της $\sqrt{\alpha^2\beta} = \alpha\sqrt{\beta}$), η εφαρμογή 3 (σελ. 21) (μετατροπή κλάσματος σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή). και οι ασκήσεις 6 και 8 (σελ. 24). Επιπλέον προτείνεται η αποφυγή ασκήσεων που απαιτούν ευχέρεια στο λογισμό με ρίζες, όπως οι 2δ), 3 και 7 (σελ. 23 ,24)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

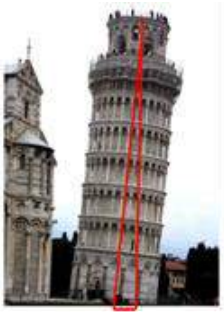
- Παραδείγματα 1 & 2 σ. 14.
- Ερώτηση κατανόησης 3 σ. 15.
- Άσκηση 1 σ. 15 και 4 σ. 16.
- Παραδείγματα 1 & 2 σ. 17.
- Παράδειγμα 3 σ. 18.
- Ερωτήσεις κατανόησης 1 & 2 σ. 18.
- Ασκήσεις: Να δοθούν επιλεκτικά ερωτήματα από τις ασκήσεις 1, 1, 3 σ. 19.
- Δραστηριότητα 1 σ. 20.
- Παράδειγμα 2 σ. 21.
- Παράδειγμα 4 σ. 22.
- Ερωτήσεις κατανόησης 4 σ. 22 & 4 σ. 23.
- Άσκηση 2 α0 β) σ. 23 &
- Ασκήσεις 7 & 11 σ. 244 (η άσκηση 11 συνδέει γεωμετρικές και αλγεβρικές έννοιες).

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα:</u>

Η Μαρία υπολόγισε το γινόμενο $\sqrt{3}\cdot\sqrt{75}$ και το βρήκε 15. Ο Γιάννης ισχυρίστηκε ότι δεν

μπορεί το αποτέλεσμα να είναι ακέραιος. Πώς νομίζετε ότι οδηγήθηκε ο Γιάννης σε αυτό συμπέρασμα; Συμφωνείτε με το Γιάννη ή με τη Μαρία και γιατί;

[Σχόλιο: Μια πιθανή πορεία της διερεύνησης των μαθητών περιλαμβάνει: αναζήτηση από τους μαθητές ερμηνειών για τις απόψεις που περιγράφονται στο σενάριο, εικασία για την ιδιότητα που ίσως ισχύει και διερεύνηση με παραδείγματα, ανάδειξη της ανάγκης μιας γενικής απόδειξης της ιδιότητας και δημιουργία της απόδειξης. Προτείνεται ο εκπαιδευτικός να επιλέξει το ρόλο του συντονιστή της συζήτησης, αφήνοντας χρόνο στους μαθητές να αναπτύξουν πρωτοβουλίες. Επεκτάσεις αυτής της πορείας θα μπορούσε να είναι η διερεύνηση του αν ισχύουν αντίστοιχες ιδιότητες για το άθροισμα, τη διαφορά και το πηλίκο αριθμών. Αυτή η διερεύνηση δίνει τη δυνατότητα να συζητηθούν η έννοια και ο ρόλος της αλγεβρικής απόδειξης και του αντιπαραδείγματος. Με αφορμή αυτό το πρόβλημα μπορούν να αναδειχθούν τα μειονεκτήματα της χρήσης υπολογιστή τσέπης και η αξία των ιδιοτήτων των ριζών (αφού, ο πολλαπλασιασμός $\sqrt{3}\cdot\sqrt{75}$ με το κομπιουτεράκι μπορεί να μη δώσει το σωστό αποτέλεσμα 15, λόγω προσεγγίσεων)]

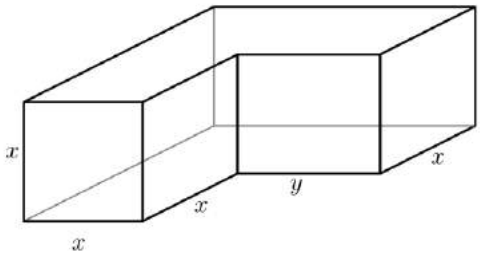


§§1.2, 1.3 και 1.4 (Να διατεθούν 6 ώρες)

Κατά την διδασκαλία των παραγράφων αυτών οι έννοιες θα προσεγγιστούν περιγραφικά και με παραδείγματα.

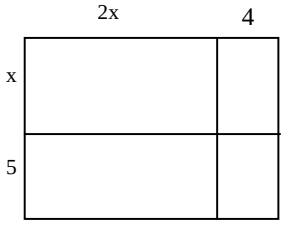
ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

Δραστηριότητα 1 η οποία μπορεί να εμπλουτιστεί με την έκφραση του όγκου στο παρακάτω στερεό:



- Παράδειγμα 1 σ. 26.
- Εφαρμογή 3 σ. 27.
- Ερώτηση κατανόησης 3 σ. 28.
- Ασκήσεις 6 & 7 σ. 29.
- Παραδείγματα 1 & 3 σ. σ. 31.
- Ασκήσεις 1, 5 & 6 σ. 32.
- Παραδείγματα 1 σ. 34 και 3 σ. 35. Σημειώνεται ότι η έννοια της ισότητας πολυωνύμων διδάσκεται για λόγους πληρότητας και δεν προσφέρεται για επίλυση ασκήσεων πέραν του παραδείγματος 3 σ. 35.
- Ερώτηση κατανόησης 3 σ. 36.
- Ασκήσεις 3 σ. 36 & 5, 6 σ. 37.
- Παράδειγμα 1 σ. 39.
- Ασκήσεις 1, 4 & 7 σ. 41.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα:</u>



Υπολογίστε το γινόμενο (2x+4)(x+5),

α) χρησιμοποιώντας το διπλανό σχήμα,

β) χρησιμοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα.

Πώς σχετίζονται μεταξύ τους τα βήματα των δύο διαδικασιών;

[Σχόλιο: Το γεωμετρικό πλαίσιο μπορεί να υποστηρίξει την κατανόηση της χρήσης της επιμεριστικής ιδιότητας στον πολλαπλασιασμό πολυωνύμων. Ο στόχος της δραστηριότητας είναι η δημιουργία συνδέσεων μεταξύ της επιμεριστικής ιδιότητας και εικονικών (γεωμετρικών) αναπαραστάσεων.]

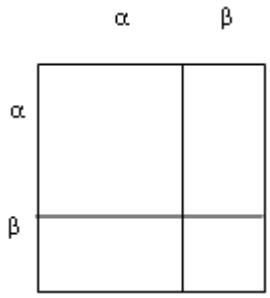
§1.5 (Να διατεθούν 7 ώρες)

Δεν θα διδαχθεί η υποπαράγραφος ε) της σ. 44.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Παραδείγματα 1 & 3 σ, 45.
- Η διδασκαλία ή μη του παραδείγματος 7 σ. 47 επαφίεται στην κρίση του διδάσκοντος.
- Ασκήσεις 2 & 6 σ. 4. Επίσης προτείνεται να γίνει επιλογή τις ασκήσεις 13, 15 & 16 της σ. 50.
- Το τρίγωνο του Pascal (σ. 51) μπορεί να γίνει ως δραστηριότητα στην τάξη.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:



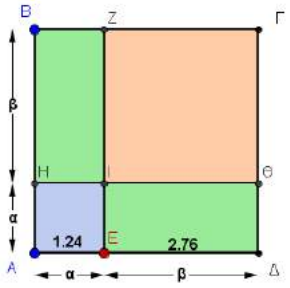
α) Ποια σχέση νομίζετε ότι έχουν οι παραστάσεις $(α+β)^2$ και $α^2+β^2$; Είναι ίσες ή άνισες; Με ποιο τρόπο μπορείτε να το διαπιστώσετε;

β) Χρησιμοποιήστε το διπλανό σχήμα, για να υπολογίσετε το $(α+β)^2$.

γ) Διερευνήστε αν μπορεί ποτέ να ισχύει ο ισχυρισμός που κάνατε στο πρώτο ερώτημα.

[Σχόλιο: Η πρώτη ερώτηση, με αναμενόμενη την απάντηση $(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+\beta^2$ έχει στόχο τη δημιουργία σύγκρουσης ανάμεσα σε αυτό που ίσως φαίνεται λογικό στους μαθητές και στα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη δοκιμή συγκεκριμένων αριθμών (για να γίνει αυτό, το σχήμα δεν πρέπει να δίνεται στο α ερώτημα). Η ώθηση των μαθητών σε τέτοιου είδους συγκρούσεις είναι συχνά χρήσιμη για το πέρασμα από τις διαισθητικές αντιλήψεις σε πιο συστηματικές διερευνήσεις και επιχειρηματολογίες. Η αναγνώριση της εικασίας ως εσφαλμένης, ακολουθείται με ένα πλαίσιο (γεωμετρικό) για τη βελτίωσή της και συγχρόνως την παροχή μιας απόδειξης, έστω κι αν αυτή περιορίζεται σε θετικές τιμές των μεταβλητών. Η διερεύνηση του τρίτου ερωτήματος (με δεδομένη την απάντηση του α ερωτήματος όπως περιγράφεται παραπάνω) μπορεί να συμβάλει στην κατανόηση του λάθους αλλά και σε μια διερεύνηση των συνθηκών κάτω από τις οποίες αυτό γίνεται σωστό. Επέκταση της δραστηριότητας θα μπορούσε να είναι η ανάδειξη των περιορισμών της γεωμετρικής απόδειξης και η αναζήτηση κάποιου τρόπου να αποφανθούμε για την ισχύ της σχέσης για κάθε αριθμό (θετικό ή αρνητικό). Αυτή η γενίκευση οδηγεί στην έννοια της ταυτότητας και στην αλγεβρική απόδειξή της.]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:



Το μικροπείραμα «Το ανάπτυγμα της ταυτότητας $(α+β)^2$» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη γεωμετρική και αλγεβρική απόδειξη της ταυτότητας $(α+β)^2$ μέσω της σύνδεσης αλγεβρικών και γεωμετρικών οντοτήτων. Οι μαθητές ανακαλύπτουν σταδιακά το αλγεβρικά ισοδύναμο ανάπτυγμα του τετραγώνου του αθροίσματος δυο όρων με τη βοήθεια δυναμικού χειρισμού κατάλληλων σχημάτων, επαληθεύουν με αριθμητικά παραδείγματα την εικασία τους και την αποδεικνύουν αλγεβρικά. http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1890

§1.6 (Να διατεθούν 7 ώρες)

Εξαιρούνται από την διδασκαλία η υποπαράγραφος δ) σ. 56 , το πρώτο παράδειγμα αυτής της σελίδας και η υποπαράγραφος στ της σελίδας 57.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Να γίνει αναφορά στην ιδιότητα ότι το γινόμενο δύο πραγματικών αριθμών είναι μηδέν αν και μόνο αν κάποιος από αυτούς (ή και οι δύο) είναι μηδέν.
  Στη συνέχεια ως δραστηριότητα να δοθεί για επίλυση η εξίσωση $x(x+1)(x-2)=0$
  Κατόπιν να ζητηθεί η απόδειξη της $x(x+1)(x-2)=x^3-x^2-2x$
  και τέλος να ζητηθεί η επίλυση της εξίσωσης $x^3-x^2-2x=0$

Στη συνέχεια να τονιστεί ότι σκοπός του της παραγράφου είναι η μετατροπή αθροισμάτων όπως το x^3-x^2-2x σε γινόμενα.

- Παράδειγμα σ. 54
- Παράδειγμα σ. 55
- Παράδειγμα σ. 56
- Παράδειγμα σ. 57
- Να γίνει ως εφαρμογή η παραγοντοποίηση της x^3-x^2-2x.
- Παραδείγματα 1 σ. 58 εκτός της ερώτησης δ) και 3, 4 σ. 58.
- Ερωτήσεις κατανόησης 5 σ. 59 & 10 σ. 60. Δεν θα γίνουν οι 6 σ. 59 & 7 σ. 60.
- Από τις ασκήσεις των σ. 59-60 εξαιρούνται οι 12, 13, 14 και προτείνεται να γίνει από τον διδάσκοντα επιλογή κάποιων ερωτημάτων από τις υπόλοιπες.

§§1.8 και 1.9 (Να διατεθούν 3 ώρες)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Από την 1.8 θα διδαχθεί μόνο η έννοια του ελαχίστου κοινού πολλαπλασίου μέσω της δραστηριότητας της σελίδας 68 και των παραδειγμάτων 1, 2 σ. 69. Προτείνεται να μην γίνουν άλλες ασκήσεις στο ΕΚΠ.
- Σημειώνεται ότι η διδασκαλία της έννοιας του μέγιστου κοινού διαιρέτη μπορεί να παραλειφθεί χωρίς να δημιουργήσει προβλήματα αφού οι απλοποιήσεις μπορούν να γίνονται με παραγοντοποίηση. Σε κάθε περίπτωση η έννοια του ΜΚΔ δεν αποτελεί αντικείμενο εξέτασης .
- Δραστηριότητα σ. 71
- Εφαρμογές 1 & 2 (μόνο τα ερωτήματα α) β) και όχι το γ)) σ. 72.
- Ερωτήσεις κατανόησης 1 & 2 σ. 73.
- Ασκήσεις 1, 2, 3 (χωρίς το ερώτημα η) σ. 74.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα:</u>

α) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τους αριθμούς 60 και 225 και να βρείτε το ΕΚΠ τους.

β) Με τον ίδιο τρόπο, να βρείτε το ΕΚΠ:

I) των μονωνύμων $6x^2y$ και $9xy^3$ II) των πολυωνύμων x^2-1 και x^2+x.

[Σχόλιο: Μέσα από αυτή τη δραστηριότητα επιδιώκεται η διερεύνηση της έννοιας του ΕΚΠ μονώνυμων και απλών πολυωνύμων και ανάπτυξη στρατηγικών υπολογισμού του. Η ανάδειξη των αναλογιών με την ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και το ΕΚΠ φυσικών έχει στόχο την απόδοση νοήματος στους αλγόριθμους της παραγοντοποίησης και του ΕΚΠ πολυωνύμων. Οι μαθητές μπορούν να οδηγηθούν στη διατύπωση του κανόνα εύρεσης του ΕΚΠ μέσα από προσπάθειες και βελτιώσεις. Η αναζήτηση αιτιολογήσεων του κανόνα είναι χρήσιμη και μπορεί να γίνει πρώτα για τους φυσικούς και να επεκταθεί στα μονώνυμα και στα πολυώνυμα.]

§1.10 (Να διατεθούν 5 ώρες)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα σ. 75.
- Παραδείγματα 1 &2 (μόνο το ερώτημα β)) σ. 76.
- Ερωτήσεις κατανόησης 1 & 2 σ. 77.
- Από τις ασκήσεις της σ. 77 προτείνονται οι 1 (β), δ), στ)) , 2 (α) β)) 3 (α), β) , 4 (α) β)) .
- Δραστηριότητα σ. 78
- Παράδειγμα 1 σ. 79.
- Ερώτηση κατανόησης 1 σ. 80.
- Από τις ασκήσεις σ. 80 προτείνονται οι 1 (α) γ) δ)), 2 (α) , γ)), 3 (α) , δ)) 4 α) (η β) δεν θα διδαχθεί).

Κεφάλαιο 2^{ο} (Να διατεθούν 15 ώρες)

Οι μαθητές έχουν διδαχθεί τις εξισώσεις 1^{ου} βαθμού και τις έχουν χρησιμοποιήσει στη λύση προβλημάτων. Επίσης έχουν αντιμετωπίσει εξισώσεις της μορφής $x^2=\alpha$ στο 2^{ο} κεφάλαιο της Β΄ Γυμνασίου.

Το υπόλοιπο περιεχόμενο του κεφαλαίου είναι νέο και συνδέεται με το προηγούμενο κεφάλαιο.

§§2.1 και 2.2 (Να διατεθούν 8 ώρες)

Η υπενθύμιση των εξισώσεων $1^{ου}$ βαθμού θα γίνει μέσω παραδειγμάτων.

Σκοπός της διδασκαλίας των παραγράφων είναι

A) Υπενθύμιση των πρωτοβαθμίων εξισώσεων.

B) Η σύνδεση τους με τις δευτεροβάθμιες εξισώσεις μέσω της παραγοντοποίησης και η τελική τους επίλυση.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Από την παράγραφο 2.1 θα διδαχθούν τα παραδείγματα 1 &2 σ. 86 και οι τύποι της σ. 86.
- Για σύνδεση των εννοιών που έχουν προηγηθεί και όσων θα ακολουθήσουν προτείνεται να γίνει στην τάξη η παρακάτω επέκταση του ερωτήματος β) της εφαρμογής 2 σ. 72:

  Βρείτε τα x για τα οποία ισχύει $\frac{2x^2-8x+6}{x-3}=0$!
- Δεν χρειάζεται να γίνουν ασκήσεις στην επίλυση πρωτοβαθμίων εξισώσεων και η παράγραφος δεν αποτελεί μεμονωμένα αντικείμενο εξέτασης.
- Δεδομένου ότι έχει διδαχθεί επαρκώς η παραγοντοποίηση η διδασκαλία της επίλυσης εξίσωσης $2^{ου}$ βαθμού μπορεί να ξεκινήσει από την παράγραφο 2.2 β σ.94. Η απόδειξη του τύπου για την δευτεροβάθμια εξίσωση μπορεί να γίνει κατά την κρίση του διδάσκοντα χωρίς φυσικά να αποτελεί αντικείμενο εξέτασης.
- Θα γίνουν τα παραδείγματα 1 ,2, 3 σ. 95. Ειδικά για τα ερωτήματα α) β) του παραδείγματος 1 προτείνεται να είναι να συζητηθεί και η δυνατότητα επίλυσης με παραγοντοποίηση και να συγκριθούν οι μέθοδοι. Στο παράδειγμα 2 α) να επισημανθεί ότι η χρήση της ταυτότητας διαφοράς τετραγώνων δεν μπορεί να δώσει απάντηση. Τέλος, στο παράδειγμα 3 να προστεθεί η ερώτηση: Να λυθεί η εξίσωση $\frac{2x^2-8x+6}{x-3}=0$!

  Μέσω αυτής επιδιώκεται να αναδειχθεί η λειτουργικότητα της παραγοντοποίησης πολυωνύμων.
- Στην υποπαράγραφο παραγοντοποίηση τριωνύμου να χρησιμοποιηθεί το παράδειγμα της σ. 96
- Ασκήσεις 3,4 σ. 97.

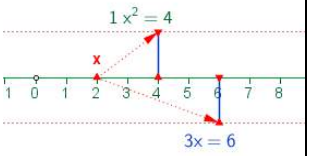
<u>Ενδεικτική δραστηριότητα $1^η$:</u>

Παρατηρήστε ότι $1^3=1$, δηλαδή ότι ο κύβος του 1 ισούται με το 1. Μπορείτε να βρείτε όλους τους αριθμούς που έχουν αυτή την ιδιότητα, δηλαδή ο κύβος του αριθμού να είναι ίσος με τον ίδιο τον αριθμό; Πόσοι τέτοιοι αριθμοί υπάρχουν;

[Σχόλιο: Είναι ένα μαθηματικό πρόβλημα που οδηγεί στη διατύπωση μιας πολυωνυμικής εξίσωσης και την επίλυσή της με παραγοντοποίηση. Μια διερεύνηση των μαθητών με δοκιμές είναι πιθανόν να οδηγήσει σε κάποιες λύσεις (πχ. στο 0 και το 1) αλλά όχι σε όλες. Αυτή η δυσκολία μπορεί να λειτουργήσει ως αφορμή ώστε να αναδειχτεί η σημασία της επίλυσης μιας εξίσωσης μέσω αλγεβρικού μετασχηματισμού για την εύρεση όλων των λύσεών της.]

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα $2^η$:</u>

Η επίλυση της εξίσωσης $αχ^2+βχ=0$ μπορεί να υποστηριχτεί και με το μικροπείραμα «Επίλυση εξισώσεων της μορφής $αχ^2+βχ=0$, με $α≠0$» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, για την κατανόηση και εξάσκηση αλγεβρικής και γραφικής προσέγγισης των λύσεων μιας εξίσωσης δευτέρου βαθμού (ειδική μορφή: γ=0).



http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2130

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα $3^η$:</u>

Σχεδιάστε με λογισμικό (πχ. Geogebra) τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $y=x^3+2x^2$ και $y=2x^2+x$. Σημειώστε στη γραφική παράσταση το ή τα κοινά σημεία τους. Αν υποθέσουμε ότι ένα κοινό σημείο είναι το Α, να ερμηνεύσετε τις συντεταγμένες του σε σχέση με τους τύπους των δύο συναρτήσεων. Προσδιορίστε τις συντεταγμένες του κοινού ή των κοινών τους

σημείων (α) από τις γραφικές παραστάσεις και (β) αλγεβρικά με χρήση των τύπων των δύο συναρτήσεων.

[Σχόλιο: Οι στόχοι της δραστηριότητας είναι α) η σύνδεση των πολυωνυμικών εξισώσεων και των αλγεβρικών μεθόδων επίλυσής τους με την γραφική αναπαράστασή τους και β) η αναγνώριση της λύσης της εξίσωσης ως τετμημένης του κοινού σημείου (ή των κοινών σημείων).]

§2.3 (Να διατεθεί 2 ώρες)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Παράδειγμα 1 σ. 99.
- Ως παράδειγμα να γίνει η άσκηση 12 σ. 102.

§2.5 (Να διατεθούν 5 ώρες)

- Η §2.5.Α (διάταξη) δεν θα διδαχτεί.
- Από την §2.5.Β θα διδαχτούν μόνο εκείνες οι ιδιότητες που χρησιμοποιούνται στην επίλυση ανισώσεων πρώτου βαθμού (δηλαδή η α, η β και η γ). Αυτές οι ιδιότητες θα πρέπει να συζητηθούν διαισθητικά και χωρίς την απόδειξη του σχολικού βιβλίου.
- Η §2.5.Γ θα διδαχτεί εξολοκλήρου.

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό, ότι η διδασκαλία της §2.5 περιορίζεται μόνο στις ανισώσεις πρώτου βαθμού. Η έννοια της διάταξης και οι ασκήσεις που αναφέρονται στη διάταξη και τις ιδιότητές της δεν περιλαμβάνονται στη διδακτέα ύλη. Εξάλλου, αυτές οι έννοιες θα δια-πραγματευθούν διεξοδικά στην επόμενη τάξη.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΑΝΑ ΥΠΟΠΑΡΑΓΡΑΦΟ

2.5 Β: Θα διδαχθούν οι ιδιότητες των ανισοτήτων με παραδείγματα. Στη συνέχεια μπορούν να συζητηθούν στην τάξη με αιτιολόγηση τα παρακάτω:

Αν έχουμε:	Προκύπτει ότι:
$\alpha>2$	$2\alpha>4$
$\alpha>3$	$\alpha-2>1$
$t>7$	$t>6$
$t>7$	$t>8$
$\omega\geq7$	$\omega>7$
$m>7$	$m\geq7$
$\xi<2$	$2\xi<4$
$\lambda>-1$	$\lambda+1>0$
$1<x<3$ $2<y<5$	$-3<x-y<1$
$1<x<3$ $2<y<5$	$-7<x-y<4$

2.5 Γ:

- Να γίνει το παράδειγμα της σ. 113.
- Ασκήσεις 16 α) β) γ) σ. 117.

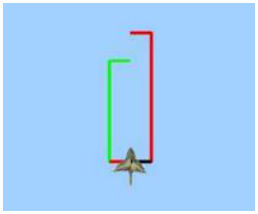
<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:</u>

Το εισιτήριο εισόδου σε ένα χιονοδρομικό κέντρο στοιχίζει €7 και συμπεριλαμβάνει την ενοικίαση του εξοπλισμού. Στην περίπτωση που ο επισκέπτης χρησιμοποιήσει δικό του εξοπλισμό, τότε το εισιτήριο εισόδου είναι €4. Αν το κόστος αγοράς του εξοπλισμού είναι €75, πόσες φορές θα πρέπει να επισκεφθεί το ίδιο άτομο το χιονοδρομικό κέντρο, ώστε να είναι συμφέρουσα η αγορά του εξοπλισμού;

[Σχόλιο: Πρόκειται για ένα ρεαλιστικό πρόβλημα που κάποιος εξοικειωμένος λύτης πιθανόν να το λύσει χρησιμοποιώντας ανίσωση πρώτου βαθμού. Ωστόσο, μπορεί να επιλεγούν από τους μαθητές άλλοι ισοδύναμοι τρόποι λύσης (αριθμητικά με πίνακες τιμών ή γραφικά με χρήση δύο συναρτήσεων). Ακόμη και μια λύση με δοκιμές θα μπορούσε να αξιοποιηθεί για να οδηγηθούν οι μαθητές σε περισσότερο συστηματικές μεθόδους διερεύνησης, όπως έναν

πίνακα τιμών και μια γραφική παράσταση. Ο στόχος σε κάθε περίπτωση είναι η μοντελοποίηση του προβλήματος και η ανάδειξη των πλεονεκτημάτων κάθε μεθόδου επίλυσης.]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:



Προτείνεται να χρησιμοποιηθεί το μικροπείραμα «Γεωμετρική επίλυση ανίσωσης» από το Φωτόδεντρο, για την εισαγωγή και εξάσκηση στην έννοια της ανίσωσης και τη γεωμετρική και αλγεβρική επίλυσή της με τη βοήθεια ενός γεωμετρικού μοντέλου, που απεικονίζει ένα κουτί. Το μικροπείραμα έχει δημιουργηθεί με χρήση εργαλείων συμβολικής έκφρασης μέσω του προγραμματισμού (Χελωνόσφαιρα).
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/9626

Κεφάλαιο 3ο (Να διατεθούν 9 ώρες)

Το περιεχόμενο του κεφαλαίου είναι εξολοκλήρου νέο για τους μαθητές.
Γενικά για τα συστήματα προτείνεται: α) να χρησιμοποιούνται τόσο οι γραφικές όσο και οι αλγεβρικές μέθοδοι, β) να δίνεται έμφαση σε προβλήματα.
Όλα τα παραπάνω (και όχι μόνο οι αλγεβρικές μέθοδοι) συνιστάται να αποτελούν αντικείμενο εξέτασης.

§3.1 (Να διατεθούν 3 ώρες)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

Οι μαθητές γνωρίζουν από την Β΄ τάξη ότι η εξίσωση y=αx+β, στην οποία θα στηριχθεί ή διδασκαλία της παραγράφου, παριστάνει ευθεία.

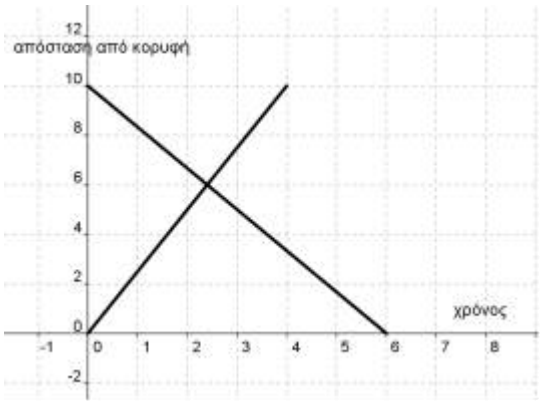
- Δραστηριότητα σ. 122.
- Παράδειγμα 1 σ. 125.
- Παράδειγμα 2 σ. 125 (που περιλαμβάνει αξιοποίηση της ιδιότητα ένα σημείο να ανήκει σε ευθεία και κατάστρωση-επίλυση εξίσωσης).
- Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2, 3, 4, 5 σ. 126.
- Ασκήσεις 1, 3, 8.

§3.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα σ. 128.
- Στην τάξη να γίνουν οι ασκήσεις 3, 4 σ, 132.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:

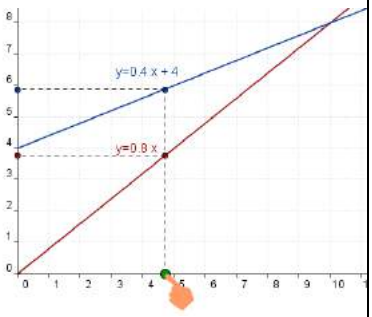


Η Μαρία ξεκινάει το πρωί από τη βάση της κατασκήνωσης, για να ανέβει στην κορυφή του Ολύμπου, η οποία απέχει 10 χιλιόμετρα. Η Έλενα ξεκινάει την ίδια ώρα από την κορυφή, για να επιστρέψει στην κατασκήνωση από την ίδια διαδρομή. Τα γραφήματα που περιγράφουν την απόσταση κάθε ορειβάτισσας από την κορυφή του βουνού είναι σχεδιασμένα στο σχήμα. Ποια γραμμή αντιστοιχεί στη Μαρία και ποια στην Έλενα; Τι εκφράζει το σημείο τομής των δύο γραμμών; Σε πόση ώρα θα συναντήσει η Μαρία την Έλενα; Πώς μπορούμε να περιγράψουμε αλγεβρικά τη συνάντησή τους και να βρούμε την ώρα συνάντησης;
[Σχόλιο: Η δραστηριότητα μπορεί να αξιοποιηθεί και στην 3.1 και στην 3.3. Προσφέρει

αρκετές ευκαιρίες να συζητηθούν στην τάξη η γραμμική εξίσωση, η γραφική και η αλγεβρική επίλυση, ακόμα και το πόσο τα μαθηματικά μοντέλα εκφράζουν πιστά την πραγματικότητα.]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:

Η άσκηση 4 του σχολικού βιβλίου μπορεί να γίνει πιο διερευνητικά με το μικροπείραμα «Γραφική επίλυση συστήματος και επιλογή πακέτου κινητής τηλεφωνίας» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, για την ανακάλυψη της σχέσης μεταξύ των συντεταγμένων του σημείου τομής των ευθειών που παριστάνουν οι εξισώσεις ενός γραμμικού συστήματος και της λύσης του, με τη διαδικασία επίλυσης προβλήματος με δραστηριότητες.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2052



§3.3 (Να διατεθούν 4 ώρες)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα σ. 133.
- Να διδαχθούν οι μέθοδοι α) β) των σελίδων 133 & 134. Προτείνεται να συζητηθούν μέσω παραδειγμάτων τα πλεονεκτήματα κάθε μεθόδου αλλά να αφεθούν ελεύθεροι οι μαθητές να επιλέγουν μέθοδο.
- Παράδειγμα 2 σ.135.
- Παράδειγμα 4 σ.136.
- Ασκήσεις 1, 2, 8, 10, 11, 13 σ. 137-138.

Κεφάλαιο 5ο (Να διατεθούν 8 ώρες)

Το περιεχόμενο είναι εξολοκλήρου νέο. Η διδασκαλία του κρίνεται απαραίτητη κυρίως λόγω των εφαρμογών σε δραστηριότητες εκτός των μαθηματικών και του διαφορετικού «τρόπου σκέψης» που απαιτεί (σε σχέση με την υπόλοιπη ύλη των μαθηματικών αυτής της τάξης). Με την εξαίρεση από τη διδακτέα ύλη των πράξεων με σύνολα και του λογισμού πιθανοτήτων, ο στόχος είναι να δοθεί έμφαση στην εμπλοκή των μαθητών με απλά προβλήματα που θα αναδεικνύουν την έννοια της πιθανότητας και θα αποφεύγεται η "αλγεβροποίηση" της διδασκαλίας των πιθανοτήτων.

§5.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Να μην διδαχθεί η υποπαράγραφος «πράξεις με σύνολα», η εφαρμογή 2, οι ερωτήσεις κατανόησης 2ε), 2στ), 3, 4, 5 και οι ασκήσεις 6, 7, 8 και 9.

§5.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Να μη διδαχθούν οι πράξεις με ενδεχόμενα και τα ασυμβίβαστα ενδεχόμενα. Να εξαιρεθούν η ερώτηση 8 και η άσκηση 6.

§5.3 (Να διατεθούν 4 ώρες)

Να μη διδαχθούν η υποπαράγραφος «βασικοί κανόνες λογισμού των πιθανοτήτων», η εφαρμογή 2, οι ερωτήσεις κατανόησης 4, 5 και οι ασκήσεις 9, 10, 11, 12, 13.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:

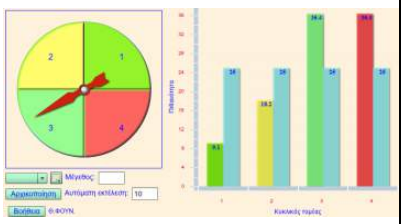
Ρίχνοντας δυο ζάρια τι πιθανότητα έχουμε να φέρουμε δυο 6άρια και τι πιθανότητα να φέρουμε ένα 6 κι ένα 5; Τι είναι πιο εύκολο να φέρουμε: ζαριά με άθροισμα μεγαλύτερο από 7 ή ζαριά με γινόμενο μικρότερο από 7;

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:

Έχουμε ένα ερωτηματολόγιο με 2 ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής, όπου σε κάθε ερώτηση υπάρχουν τέσσερεις απαντήσεις, εκ των οποίων μόνο μια σωστή. Οι ερωτήσεις είναι τέτοιες, ώστε αναγκαζόμαστε να τις απαντήσουμε στην τύχη. Ποια είναι η πιθανότητα να απαντήσουμε όλες τις ερωτήσεις σωστά; Τι είναι πιθανότερο, να απαντήσουμε μία τουλάχιστον σωστά ή να τις απαντήσουμε και τις δύο λάθος;

[Σχόλιο: Τα προβλήματα είναι σχετικά δύσκολα, αλλά το οικείο πλαίσιο (ζάρι, ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής) αναμένεται να λειτουργήσει προκλητικά ώστε να εμπλακούν οι μαθητές με τη διερεύνησή τους. Προσδοκούμε να κατανοηθεί η ανάγκη συστηματικής καταγραφής των δυνατών αποτελεσμάτων, που θα οδηγήσει σε πίνακα διπλής εισόδου (στην 1) και σε δεντροδιάγραμμα (στη 2)]

Ενδεικτική δραστηριότητα 3η:



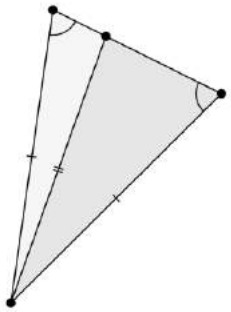
Με το μικροπείραμα «Δραστηριότητα με περιστρεφόμενη σβούρα» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές μπορούν να περιστρέψουν μια σβούρα, την οποία προηγουμένως έχουν χωρίσει σε κυκλικούς τομείς. Τα αποτελέσματα της περιστροφής παριστάνονται με ραβδόγραμμα. Παίζοντας με τη σβούρα οι μαθητές μπορούν να εξερευνήσουν την έννοια της πιθανότητας καθώς και τη σχέση μεταξύ θεωρητικής και πειραματικής πιθανότητας.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2009

Β' ΜΕΡΟΣ

Κεφάλαιο 1ο (Να διατεθούν 20 διδακτικές ώρες)

§1.1 (Να διατεθούν 8 διδακτικές ώρες)

Η ενότητα προσφέρεται για επαφή των μαθητών με πτυχές της μαθηματικής αποδεικτικής διαδικασίας (ευθεία απόδειξη, αναλυτική μέθοδος, αντιπαραδείγματα, απαγωγή σε άτοπο). Προτείνεται στο εισαγωγικό κομμάτι της ενότητας, πριν από την έννοια της ισότητας των τριγώνων, να γίνει επανάληψη των απαραίτητων γνώσεων που θα χρειαστούν (π.χ. οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες, οι παρά τη βάση γωνίες του ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες κτλ.)
Επίσης προτείνεται, όπου είναι δυνατόν να χρησιμοποιείται η συμμετρία ως προς άξονα ή κέντρο, ως επιχείρημα αιτιολόγησης ισότητας ευθυγράμμων τμημάτων και γωνιών (βλέπε ενδεικτική δραστηριότητα 1).
Συνιστάται κατά την διδασκαλία του κεφαλαίου , συμπληρωματικά, να χρησιμοποιείται ρυζόχαρτο για την επαλήθευση της ισότητας σχημάτων.

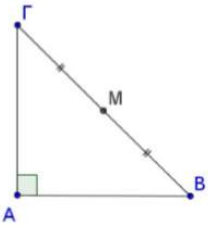


Μετά την υπενθύμιση όρων και αποτελεσμάτων των σελίδων 186-187 να επισημανθεί στην εισαγωγή της έννοιας της ισότητας τριγώνων ότι κατ΄ αρχάς απαιτείται ισότητα 6 στοιχείων τα οποία μειώνονται χάρη στα κριτήρια και στην ιδιότητα που αφορά το άθροισμα γωνιών τριγώνου.
Επίσης προτείνεται να γίνουν κατασκευές τριγώνων από 3 στοιχεία και να γίνει επαλήθευση της σύμπτωσης ως ένδειξη ισχύος των κριτηρίων.
Να τονιστεί στην τάξη με κατάλληλο παράδειγμα ότι η διάταξη ισότητας στοιχείων Π-Π-Γ δεν αποτελεί κριτήριο ισότητας τριγώνων:

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Εφαρμογές 1-4 σ 191-192.
- Ερωτήσεις κατανόησης 2.1-11 σ. 194.
- Ασκήσεις 1, 2, 3, 4 σ. 194 & 5, 9, 11 σ. 195

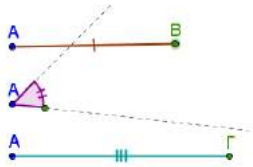
Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:



Η ΑΜ είναι διάμεσος του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ.
α) Να σχεδιάσετε το συμμετρικό τρίγωνο του ΑΒΓ ως προς κέντρο Μ.
β) Τι είδους τετράπλευρο προκύπτει και γιατί;
γ) Να εξετάσετε αν η διάμεσος ΑΜ είναι το μισό της υποτείνουσας ΒΓ και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
[Σχόλιο: Η παραπάνω δραστηριότητα έχει ως στόχο να αναδειχθεί η σημασία ενός γεωμετρικού μετασχηματισμού (κεντρική συμμετρία) στην ανακάλυψη και αιτιολόγηση μιας ιδιότητας του ορθογωνίου

τριγώνου (ιδιότητα της διαμέσου προς την υποτείνουσα) χρησιμοποιείται το πρόβλημα]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:
Το μικροπείραμα «Κατασκευή τριγώνου-1ο κριτήριο ισότητας» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά για την κατασκευή τριγώνου με το 1ο κριτήριο ισότητας.http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2160



§§1.2 και 1.3 (Να διατεθούν 6 διδακτικές ώρες)
Θα διδαχθεί το θεώρημα του Θαλή για να φανεί η δυνατότητα μεταφοράς λόγων μέσω παραλλήλων ευθειών και να προετοιμαστεί διδακτικά η ομοιότητα.

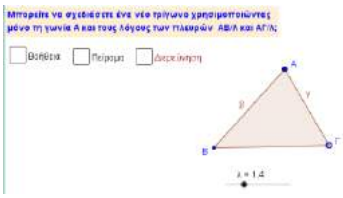
ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:
§1.2
- Δραστηριότητα σ. 198.
- Παραδείγματα 1, 2, 3, σ. 202 & 4 σ. 203.
- Ερωτήσεις κατανόησης 1, 3, 4, σ. 203 & 5, 7 σ. 204.
- Ασκήσεις 5, 6 σ. 205.

§1.3
- Δραστηριότητα της σ. 206 με σκοπό να διατυπωθεί το συμπέρασμα.
- Παράδειγμα 1 της σ. 207
- Ερώτηση κατανόησης 1 σ 208.

§1.5Α (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)
Δεν θα γίνει αναφορά στην ομοιοθεσία. Η έννοια της ομοιότητας θα οριστεί με βάση τον κανόνα : «Γενικά. Αν δύο πολύγωνα…» που υπάρχει στο τέλος της σελίδας 215 και θα επέχει θέση ορισμού.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:
- Παραδείγματα 1 σ. 216 & 2 σ. 217.
- Ερωτήσεις κατανόησης 1-4 σ. 218.
- Ασκήσεις 1 σ. 218 & 2, 5, 6 σ. 219.
- Σημειώνεται ότι η επίλυση της άσκ. 5 μπορεί να στηριχθεί στην εφαρμογή 1 σ. 2017.

Ενδεικτική δραστηριότητα:
Με το μικροπείραμα «Κριτήριο ομοιότητας 3» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές μπορούν να κατασκευάσουν όμοια τρίγωνα δοσμένου τριγώνου, με συγκεκριμένο λόγο ομοιότητας.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5476



§1.5Β. (Να διατεθούν 4 ώρες)
Το κριτήριο ομοιότητας της (από ισότητα γωνιών) της σ. 220 θα δοθεί χωρίς αιτιολόγηση.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:
- Παράδειγμα 1 σ. 220 & 2 σ. 221.
- Ερωτήσεις κατανόησης 1 σ. 221 & 3, 4 σ. 222.
- Ασκήσεις 1 σ. 222 & 2, 4, 6, 8 σ. 222.

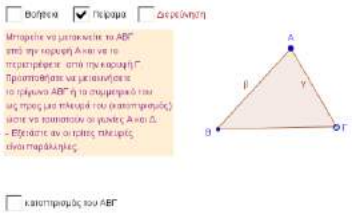
Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:
Ένα ζωγράφος δοκιμάζει να ζωγραφίσει τον κεκλιμένο πύργο της Πίζας. Το ύψος του πύργου είναι 60 m και το ύψος που έχει τώρα, λόγω της απόκλισης από την κατακόρυφη, είναι 59,8m. Στο σχέδιό του το ύψος του πύργου θέλει να είναι 30 cm. Αν εσύ ήσουν ο ζωγράφος πόσο θα σχεδίαζες το κατακόρυφο ύψος; Πώς θα ήσουν σίγουρος ότι με αυτές τις διαστάσεις ο πύργος της ζωγραφιάς θα γέρνει όπως ο πύργος της Πίζας;

[Σχόλιο: Στόχος της δραστηριότητας είναι οι μαθητές να χρησιμοποιήσουν το λόγο ομοιότητας σχημάτων]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:

Το μικροπείραμα «Κριτήριο ομοιότητας 3» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά, για την εισαγωγή στα κριτήρια ομοιότητας και την κατασκευή γεωμετρικών αντικειμένων στο Geogebra

http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5474



Κεφάλαιο 2ο (Να διατεθούν 13 διδακτικές ώρες)

§2.1 (Να διατεθούν 5 διδακτικές ώρες)

Ως σύνδεση με την τριγωνομετρία της προηγούμενης τάξης, οι μαθητές υπολογίζουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των 30°, 45° και 60°.

Επίσης, θεωρείται χρήσιμη η σύνδεση της τριγωνομετρίας με την ομοιότητα τριγώνων. Η διατήρηση του λόγου δύο πλευρών σε ένα τρίγωνο διατηρείται όταν μεταβαίνουμε σε ένα όμοιό του τρίγωνο. Αυτό μπορεί να αξιοποιηθεί για να αναδείξει ότι οι τριγωνομετρικοί αριθμοί κατά κάποιον τρόπο «μετρούν» μία γωνία.

Οι μαθητές επεκτείνουν τους ορισμούς των τριγωνομετρικών γωνιών σε αμβλείες γωνίες. Για την περίπτωση της εφαπτομένης, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η προηγούμενη γνώση της κλίσης της ευθείας της μορφής $y = \alpha x$, όταν αυτή σχηματίζει αμβλεία γωνία με τον άξονα x΄x.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Κατά την κρίση του διδάσκοντα μπορεί πλέον (με χρήση ομοιότητας) να τεκμηριωθεί ότι το ημίτονο (αλλά και οι υπόλοιποι τριγωνομετρικοί αριθμοί) μιας οξείας γωνίας παραμένει το ίδιο ανεξάρτητα από το επιλεγόμενο ορθογώνιο τρίγωνο στο οποίο θα υπολογιστεί και εξαρτάται μόνο από την γωνία. Για τον σκοπό αυτό προσφέρεται η εφαρμογή 3β σ. 234.
- Για τον πίνακα της σ. 234 συνιστάται να γίνει υπολογισμός των τριγωνομετρικών αριθμών με την βοήθεια του Πυθαγορείου θεωρήματος με χρήση ορθογωνίου ισοσκελούς και ισοπλεύρου τριγώνου.
- Εφαρμογή 1 σ. 224.
- Ερωτήσεις κατανόησης 1 σ. 234 & 2, 4 σ, 235.
- Ασκήσεις 3 σ. 235 &, 4, 7 σ. 236.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Δίνεται στους μαθητές ένα μη-ορθογώνιο τρίγωνο και ζητούνται να υπολογιστούν τα στοιχεία του. Από την περίπτωση του ορθογωνίου τριγώνου, αναδεικνύεται η ανάγκη επέκτασης των τριγωνομετρικών αριθμών σε αμβλείες γωνίες.

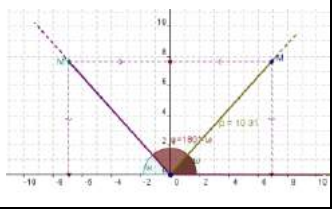
§2.2 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα σ. 237.
- Παράδειγμα 1 σ. 38.
- Ερώτηση κατανόησης 3 σ. 239.
- Ασκήσεις 1, 5 α) β) γ) (όπου να τονιστεί ότι αναζητούμε γωνία μεταξύ 0 και 18 μοιρών), 6, 8 σ.239.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Το μικροπείραμα «Τριγωνομετρικοί αριθμοί παραπληρωματικών γωνιών» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά, για τη σχέση



τριγωνομετρικών αριθμών παραπληρωματικών γωνιών
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2105

§2.3 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Ένας από τους στόχους είναι οι μαθητές να χρησιμοποιούν τις βασικές ταυτότητες για την απόδειξη απλών τριγωνομετρικών ταυτοτήτων. Έτσι, προτείνουμε να εξαιρεθούν από την διδασκαλία οι ασκήσεις 5, 7, 8, 9 και 10 γιατί είναι εκτός στόχων του αναλυτικού προγράμματος και δεν είναι σε θέση να τις διαπραγματευτούν μόνοι τους οι περισσότεροι μαθητές.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα σ. 240
- Παραδείγματα 1, 2 σ. 241.

§2.4 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Η παράγραφος αυτή αποτελεί επιστέγασμα προηγουμένων γνώσεων και δεξιοτήτων (αναλογίες, Πυθαγόρειο Θεώρημα, τριγωνομετρία, αλγεβρικός λογισμός) τις οποίες ενοποιεί επεκτείνοντας προς σημαντικά αποτελέσματα τα οποία βρίσκουν άμεσες και ενδιαφέρουσες πρακτικές εφαρμογές. Καταδεικνύουν έτσι την αξία των Μαθηματικών.

Η διδασκαλία των αποδείξεων των νόμων ημιτόνων – συνημιτόνων υπηρετεί τους παραπάνω μορφωτικούς στόχους αλλά η εξέταση (γραπτή ή προφορική) των αποδείξεων τους υπερβαίνει γι αυτό οι αποδείξεις δεν αποτελούν αντικείμενο γραπτής ή προφορικής εξέτασης. Για τον ίδιο λόγο δεν επιλέγονται ασκήσεις με υπολογιστική δυσκολία που να υπερβαίνει τις προτεινόμενες παρακάτω.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα 1 σ. 24. Αντί αυτής μπορεί να χρησιμοποιηθεί συγκεκριμένο τρίγωνο του οποίου να μετρηθούν πλευρές – γωνίες, να βρεθούν τα ημίτονα τους και να επαληθευθεί η ισότητα $\frac{\alpha}{\eta\mu A}=\frac{\beta}{\eta\mu B}=\frac{\gamma}{\eta\mu \Gamma}$. Εναλλακτικά μπορεί να χρησιμοποιηθεί το λογισμικό Geogebra.
- Παραδείγματα 1, 2 σ. 284 & 4 σ. 247.
- Ασκήσεις 1 α, 2 α, 5, 6, 8 (να διδαχθεί στην τάξη).

Οι διδάσκοντες/ουσες να ενημερωθούν ενυπόγραφα.

Ο ΥΠΟΥΡΓΟΣ
ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΓΑΒΡΟΓΛΟΥ

Εσωτ. Διανομή

- Γραφείο Υπουργού
- Γραφείο Γενικού Γραμματέα
- Δ/νση Σπουδών, Προγρ/των & Οργάνωσης Δ.Ε., Τμ. Α΄
- Αυτ. Δ/νση Παιδείας, Ομογ., Διαπολ. Εκπ/σης, Ξένων και Μειον. Σχολείων
- Διεύθυνση Θρησκευτικής Εκπ/σης
- Δ/νση Ειδικής Αγωγής και Εκπ/σης
- Δ/νση Ιδιωτικής Εκπ/σης
- Αυτοτελές Τμήμα Πρότυπων και Πειραματικών Σχολείων