ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΕΜΠΤΗ 19 ΜΑΪΟΥ 2016
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Απόδειξη της παραγώγου ταυτοτικής συνάρτησης σελ. 28 Σχολικού βιβλίου.

Α2. Ορισμός διαμέσου (μόνο για περιττό πλήθος) σελ. 87 Σχολικού βιβλίου.

Α3. α) Σ β) Λ γ) Σ δ) Σ ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1.

x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	$x_i v_i$
0	**5**	5	25	0
1	4	**9**	20	4
2	2	11	**10**	4
3	4	15	20	12
4	5	20	25	20
Σύνολα	20		100	40

$v_5 = v_1 = 5$

$$f_1 = \frac{v_1}{v} = \frac{5}{20} = 0,25 = f_5 \text{ ή } 25\%$$

$\nu_2 = N_2 - N_1 = 9 - 5 = 4$

$f_2 = \frac{\nu_2}{\nu} = \frac{4}{20} = 0,20$ ή 20%

$\nu_3 = f_3 \cdot \nu = 0,10 \cdot 20 = 2$

$\nu_4 = \nu - (\nu_1+\nu_2+\nu_3+\nu_5) = 20 - 16 = 4$

$f_4 = \frac{\nu_4}{\nu} = \frac{4}{20} = 0,20$ ή 20%

B2. $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{5} x_i \nu_i}{\nu} = \frac{40}{20} = 2$

B3. Αριθμός υπαλλήλων που χρησιμοποιούν το πολύ 3 κάρτες: $\nu_1+\nu_2+\nu_3+\nu_4 = N_4 = 15$

B4. Ποσοστό υπαλλήλων που έχουν τουλάχιστον 2 κάρτες: $f_3+f_4+f_5 = 0,55$ ή 55%

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

$$f'(x) = \frac{(x)' \cdot (x^2+1) - x \cdot (x^2+1)'}{(x^2+1)^2} + \left(\frac{1}{2}\right)' = \frac{1 \cdot (x^2+1) - x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$$

Γ2. $f'(-1) = \frac{1-(-1)^2}{((-1)^2+1)^2} = \frac{1-1}{(1+1)^2} = \frac{0}{4} = 0$

$f'(1) = \frac{1-1^2}{(1^2+1)^2} = \frac{1-1}{(1+1)^2} = \frac{0}{4} = 0$

Γ3. $f'(x)=0 \Leftrightarrow \dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^2}=0 \Leftrightarrow 1-x^2=0 \Leftrightarrow x=-1 \quad ή \quad x=1$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$		↘		↗		↘	
			Τ.Ε.		Τ.Μ.		

Η $f'(x)$<0 στο $(-\infty,-1)$, άρα η $f(x)$ είναι γν. φθίνουσα στο $(-\infty,-1]$

Η $f'(x)$>0 στο $(-1,1)$, άρα η $f(x)$ είναι γν. αύξουσα στο $[-1,1]$

Η $f'(x)$<0 στο $(1,+\infty)$, άρα η $f(x)$ είναι γν. φθίνουσα στο $[1,+\infty)$

Η $f(x)$ έχει στο x= -1 Τ.Ε. την τιμή: $f(-1)=\dfrac{-1}{(-1)^2+1}+\dfrac{1}{2}=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=0$

Η $f(x)$ έχει στο x= 1 Τ.Μ. την τιμή: $f(1)=\dfrac{1}{1^2+1}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{2}{2}=1$

Γ4. Η $f(x)$ στο διάστημα [2015, 2016] είναι γνησίως φθίνουσα. Οπότε:

$2015<2016 \Rightarrow f(2015)>f(2016)$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $\alpha=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-6x+8}{x-4}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{(x-4)(x-2)}{x-4}=\lim\limits_{x\to 4}(x-2)=4-2=2$

[$x^2-6x+8=(x-4)(x-2)$,αφού η εξίσωση $x^2-6x+8=0$ έχει ρίζες τις $x_1=4$ και $x_2=2$] .

Δ2. $f'(x)=(x^2)'+(2x)'-(3)'=2x+2$

Δ3. Η εξίσωση της εφαπτομένης θα είναι: $y=\lambda x+\beta$, όπου $\lambda=f'(-2)$

$f'(-2)=2\cdot(-2)+2=-4+2=-2$

$f(-2)=(-2)^2+2(-2)-3=4-4-3=-3$

$$y=\lambda x+\beta \Leftrightarrow -3=(-2)\cdot(-2)+\beta \Leftrightarrow -3=4+\beta \Leftrightarrow \beta=-7$$

Άρα η εξίσωση της εφαπτομένης είναι: $y=-2x-7$

Δ4. Είναι: $\bar{x}=\dfrac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5}{5}=2$

$$\bar{y}=\frac{y_1+y_2+y_3+y_4+y_5}{5}=\frac{\left(-2x_1-7\right)+\left(-2x_2-7\right)+\left(-2x_3-7\right)+\left(-2x_4-7\right)+\left(2x_5-7\right)}{5}=$$

$$=\frac{-2\left(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5\right)+5\left(-7\right)}{5}=\frac{-2\left(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5\right)}{5}+\frac{5\left(-7\right)}{5}=$$

$$=-2\cdot\bar{x}-7=-2\cdot 2-7=-4-7 \Leftrightarrow \bar{y}=-11$$